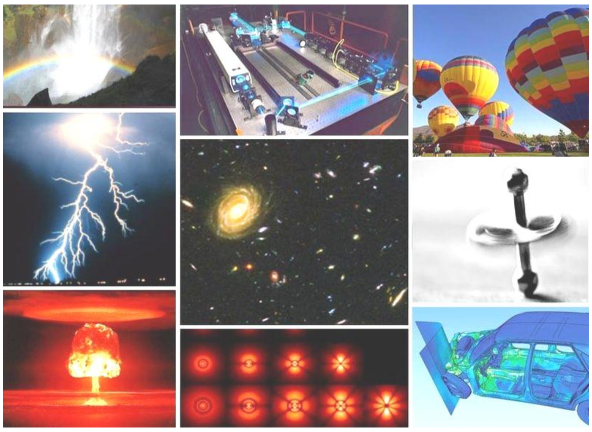
# Appunti di Fisica 1

Per il biennio degli Istituti tecnici e professionali

Alessandro Ciucci
ciucci.alessandro@galileilivorno.it



## La Fisica

La fisica (dalla parola greca “natura”) si occupa dello studio dei fenomeni naturali (facendone una descrizione qualitativa e quantitativa e ricercandone le leggi matematiche che li descrivono) che non comportano la trasformazione di materia e non coinvolgono organismi viventi.

## Il Sistema Internazionale delle Unità di Misura (S.I.)

Per poter fare osservazioni quantitative è necessario misurare le grandezze fisiche (lunghezze, masse, tempi, …. etc) e per poter confrontare le proprie osservazioni con quelle fatte da altri c’è bisogno di un sistema di unità di misura condiviso e in grado di fornire degli standard (i campioni) nel modo più accurato possibile. Questo sistema è detto Sistema Internazionale o S.I. (anche detto “Sistema Metrico Decimale”). Il Sistema Internazionale nasce ai tempi della Rivoluzione Francese (fine diciottesimo secolo) per esigenze scientifiche (l’industria muove i suoi primi passi) e per esigenze di giustizia sociale (poiché la frammentazione del sistema delle unità di misura sul territorio francese e d europeo in generale esponeva la povera gente all’arbitrio dei nobili e dei ricchi commercianti che “detenevano” gli standard locali). E’ in quel contesto che nasce il *metro* unità base della lunghezza, come decimilionesima parte della lunghezza di una quarto di meridiano terrestre, definito il metro fu definito il kilogrammo, come quantità di acqua distillata contenuta in un decimetro cubo. Così a partire dalla terra e dall’acqua furono definite le unità di misura della lunghezza, della massa e in base alla durata del giorno solare medio anche l’unità del tempo, unità universali, condivisibili perché non arbitrarie e non legate ad alcun luogo geografico (come lo “stadio” unità di misura dell’antichità che era la lunghezza dello stadio di Olimpia). Le grandezze riportate in questo sistema sono

| **Grandezza (simbolo)** | **Nome** | **Simbolo** | **Definizione** |
|---|---|---|---|
| lunghezza (l) | metro | m | Storica: “la decimilionesima parte della lunghezza di un quarto del meridiano terrestre passante per Parigi”<br><br>Attuale: “la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo di 1/299792458 s” |
| massa (m) | chilogrammo | kg | Storica: “la quantità di acqua distillata contenuta in un decimetro cubo alla temperatura di 4 °C”<br><br>Attuale: “Il chilogrammo è la massa di un particolare cilindro di altezza e diametro pari a 0,039 m di una lega di platino-iridio depositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure a Sèvres, in Francia)” |
| tempo (t) | secondo | s | Storica: “1/86400 della durata del giorno solare medio”<br><br>Attuale: “Il secondo è definito come la durata di 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra due livelli iperfini, da (F=4, MF=0) a (F=3, MF=0), dello stato fondamentale dell'atomo di |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | cesio -133” |
| temperatura (T) | kelvin | K | Storica: “1/100 dell’intervallo di temperatura compreso tra quella di ebollizione dell’acqua e quella di congelamento a pressione standard”<br><br>Attuale: “ 1/273,16 della temperatura del punto triplo dell’acqua (il punto in cui acqua, ghiaccio e vapore coesistono in equilibrio)”. |
| corrente elettrica (i) | ampere | A | Storica: “la carica di un coulomb che attraversa la sezione di un conduttore in un secondo” .<br><br>Attuale: “Un ampere è l'intensità di corrente elettrica che, se mantenuta in due conduttori lineari paralleli, di lunghezza infinita e sezione trasversale trascurabile, posti a un metro di distanza l'uno dall'altro nel vuoto, produce tra questi una forza pari a $2 \times 10^{-7}$ N per metro di lunghezza” |
| quantità di sostanza | mole | mol | Attuale: “ la quantità di sostanza di un sistema che contiene un numero di entità elementari (atomi o molecole) pari al numero di atomi presenti in 12 grammi di carbonio -12 ($C_{12}$)”. |
| illuminazione | candela | cd | Storica: “l'intensità luminosa, nella direzione perpendicolare ad una superficie di 1/600 000 $m^2$ di un corpo nero alla temperatura di fusione del platino, alla pressione di 101325 $N/m^2$ “<br><br>Attuale: “ è l'intensità luminosa, in una data direzione, di una sorgente emettente una radiazione monocromatica di frequenza pari a $540 \times 10^{12}$ hertz e di intensità in quella direzione di 1/683 di watt per steradiante”. |
| memoria (informazione) | megabyte | MByte | Attuale: “1048576 Byte, 1 Byte sono 8 Bit, unità logiche che possono assumere i valori 0 o 1” |

Insieme a queste unità esistono i multipli e sottomultipli di 10, in particolare, i multipli e i sottomultipli di mille

| $10^n$ | Prefisso | Simbolo | Nome | Equivalente decimale |
|---|---|---|---|---|
| $10^{24}$ | Yotta | Y | Quadrilione | 1 000 000 000 000 000 000 000 000 |
| $10^{21}$ | Zetta | Z | Triliardo | 1 000 000 000 000 000 000 000 |
| $10^{18}$ | Exa | E | Trilione | 1 000 000 000 000 000 000 |
| $10^{15}$ | Peta | P | Biliardo | 1 000 000 000 000 000 |
| $10^{12}$ | Tera | T | Bilione | 1 000 000 000 000 |
| $10^{9}$ | Giga | G | Miliardo | 1 000 000 000 |
| $10^{6}$ | Mega | M | Milione | 1 000 000 |
| $10^{3}$ | kilo o chilo | k | Mille | 1 000 |
| $10^{2}$ | Etto | h | Cento | 100 |
| $10^{1}$ | Deca | da | Dieci | 10 |
| $10^{0}$ | | | | 1 |
| $10^{-1}$ | Deci | d | Decimo | 0,1 |
| $10^{-2}$ | Centi | c | Centesimo | 0,01 |
| $10^{-3}$ | Milli | m | Millesimo | 0,001 |
| $10^{-6}$ | Micro | µ | Milionesimo | 0,000 001 |
| $10^{-9}$ | Nano | n | Miliardesimo | 0,000 000 001 |
| $10^{-12}$ | Pico | p | Bilionesimo | 0,000 000 000 001 |
| $10^{-15}$ | Femto | f | Biliardesimo | 0,000 000 000 000 001 |
| $10^{-18}$ | Atto | a | Trilionesimo | 0,000 000 000 000 000 001 |
| $10^{-21}$ | Zepto | z | Triliardesimo | 0,000 000 000 000 000 000 001 |
| $10^{-24}$ | Yocto | y | Quadrilionesimo | 0,000 000 000 000 000 000 000 001 |

**Scrittura delle misure**

Le misure, quindi, si esprimono con un numero decimale seguito dall’unità di misura eventualmente preceduta da uno dei prefissi della tabella.

Se, per esempio, si vuole misurare la lunghezza di un tavolo, abbiamo necessità di uno strumento conforme agli standard, cioè deve garantire misure che non si discostano da quelle fatte con i campioni (in modo apprezzabile), i “metri a nastro” in commercio ci permettono di eseguire misure con sensibilità fino al millimetro. Appoggiamo il metro a nastro sul tavolo facendo coincidere una estremità del metro con l’estremità del tavolo e leggiamo sul “metro a nastro” il valore in centimetri e millimetri che più si avvicina alla seconda estremità del tavolo. Supponiamo di aver letto: centoquarantacinque centimetri e sette millimetri, la misura darà così riportata:

L = 145,7 cm, oppure L = 1,457 m

Se avessimo ottenuto centoquarantasei centimetri “esatti” dovremmo riportare la misura così:

L = 146,0 cm, oppure L = 1,460 m.

Contrariamente alle nostre abitudini matematiche è importante riportare anche lo “zero” dopo la virgola come ultima cifra, perché ci permette di capire che la nostra misura era in grado di apprezzare differenze di almeno un millimetro (sensibilità dello strumento), si dirà che la nostra misura si esprime con 4 cifre significative.

Le grandezze fisiche, o meglio le misure delle grandezze, possono essere manipolate, cioè è possibile sommare o sottrarre tra di loro misure della stessa grandezza (misure omogenee), cioè se per esempio si vuole misurare la massa (spesso detto peso) del carico di un furgone sarà possibile “pesare” il furgone a pieno carico e dopo che il carico è stato tolto, la massa del carico sarà la differenza dei due valori ottenuti purché espressi nella stessa unità di misura:

$M_{pienocarico}$ = 1850 kg, $M_{senzacarico}$ = 1500 kg

$M_{carico} = M_{pienocarico} - M_{senzacarico} = 1850 – 1500 = 350$ kg

Non è, ovviamente, possibile sommare o sottrarre tra loro grandezze diverse (lunghezza + massa → non ha senso) mentre è altresì possibile moltiplicare o dividere tra di loro grandezze diverse (o la stessa grandezza) ottenendo una grandezza diversa (non più fondamentale), ad esempio:
lunghezza x lunghezza = superficie, si esprime in m x m = $m^2$
massa/volume = densità, si esprime in $kg/m^3$

**Scalari e Vettori**

Le grandezze fisiche di dividono in due grandi famiglie: le grandezze scalari e quelle vettoriali (o vettori). Sono grandezze scalari le otto che formano il sistema delle grandezze fondamentali, per essere definite hanno bisogno solo di un numero (una scala) e l’unità di misura (sono scalari: la lunghezza, la massa, l’energia, il tempo, la temperatura, la densità, la differenza di potenziale, la luminosità). Non è possibile, invece, definire con un solo numero grandezze come lo spostamento (se voglio spostare di 20 cm un libro su un tavolo, devo specificare anche la direzione, cioè la retta lungo la quale muovere il libro, e il verso, cioè uno dei due sensi di movimento possibili lungo la retta), così sono grandezze vettoriali la forza, la velocità, il campo elettrico e quello magnetico. Quindi per definire una grandezza vettoriale sono necessarie tre informazioni: Intensità, direzione, verso.

Le grandezze vettoriali si possono scrivere i vari modi: $\vec{V}$ , $\bar{V}$, $\boldsymbol{V}$ (il più diffuso è quello con la freccia sopra il simbolo della grandezza).

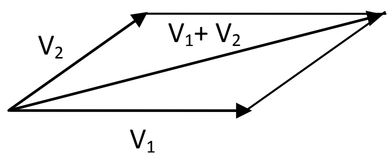
La composizione, nel senso di una somma o sottrazione, di due grandezze vettoriali può essere effettuata sono se le grandezze sono tra loro omogenee (cioè se sono espresse con la sessa unità di misura), il risultato, però, non la semplice somma algebrica dei due valori, è necessario valutare anche le informazioni geometriche, cioè la direzione e il verso

**Somma e sottrazione di vettori**

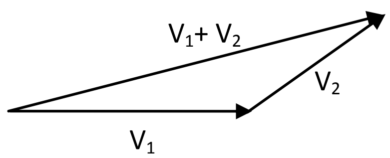
La somma e la sottrazione di due vettori può essere eseguita graficamente con diverse strategie:

1 – costruire un parallelogramma a partire dai due vettori: la diagonale principale sarà la somma dei due vettori, quella secondaria la differenza (regola del parallelogramma);

2 – riportare il secondo vettore con la coda sulla punta del primo, unire la coda del primo con la punta del secondo, questo nuovo vettore è il vettore somma (metodo punta coda).




Metodo del parallelogramma




Metodo punta-coda

**Le Forze**

La parola “forza” è di uso comune e per definirla, quindi, abbiamo bisogno di fare un sforzo di astrazione. A livello intuitivo ogni volta che un corpo materiale subisce una modificazione del suo stato di quiete o di moto (nel senso che se è inizialmente fermo e poi inizia a muoversi, oppure se si muove e la sua traiettoria è modificata) possiamo dire che c’è l’azione di una forza, quindi piuttosto che definire una forza in sé, la definiamo a partire dai suoi effetti: “la forza è tutto ciò che modifica lo stato di quiete o di moto di un corpo, è una grandezza vettoriale e si misura in Newton (1 N = 1kg/m*s$^2$)

**Forze a distanza e di contatto**

Le forze sono usualmente divise in due famiglie:

-le forze di contatto (forza di attrito, forza elastica, le forze di pressione) che agiscono attraverso la continuità della materia;

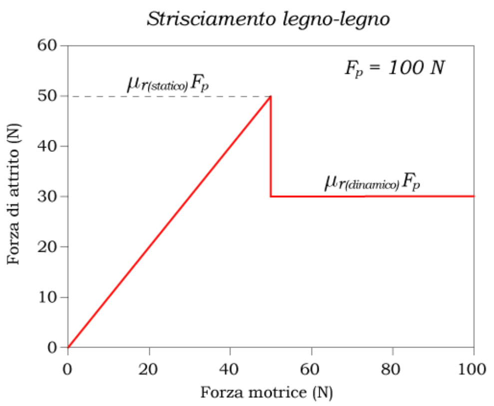
- le forze a distanza (forza peso o gravitazionale, forze elettriche, forze magnetiche) che agiscono anche se non c’è contatto.

**La Forza Peso**: è la forza con cui la terra attira verso il suo centro i corpi, si esprime come prodotto della massa per una costante (accelerazione di gravità) che vale mediamente g = 9,81 m/s$^2$. Quindi $F_p$ = m g
Questa definizione merita qualche considerazione. La forza peso agisce solo sui corpi, cioè su qualcosa che ha massa e anche se istintivamente pensiamo che ciò che esiste ha massa altrimenti “non esiste”, ricordiamo che le onde elettromagnetiche sono qualcosa di reale quanto i corpi dotati di massa (portano energia ed impulso) ma, almeno per quanto riguarda la fisica classica, non risentono dell’attrazione gravitazionale e quindi non hanno “peso”. La forza peso è diretta verso il centro della terra nella misura in cui possiamo approssimare la terra con un sfera omogenea, ora sappiamo che non solo la terra non è sferica e che le sua approssimazioni come ellissoide di rotazione sono molteplici tanto che qualcuno la definisce “un geoide” (un po’ come dire che “una pera è fatta a forma di pera”), dal punto di vista geometrico uno dei modelli più diffusi è il WGS84 che pensa la terra come ellissoide di rotazione, però la terra non è omogenea e poiché la sorgente della forza peso è la massa, zone della terra con diverse densità possono portare a modifiche locali della direzione della forza peso (piegandola verso le zone più dense), pertanto in alcuni testi possiamo trovare nella definizione il concetto che la direzione della forza peso è quella del “filo a piombo” che quindi risente delle anomalie locali e anche degli effetti astronomici (rotazione della terra, posizione della luna). Anche g = 9,81 m/s$^2$ non può essere considerata una costante assoluta, sappiamo che dipende dalla distanza dal centro della terra e che, quindi, varia con la latitudine, in particolare sarà maggiore ai poli e minore all’equatore (è per questo che le basi di lancio dei satelliti sono posizionate quanto più possibile vicino all’equatore, dove l’accelerazione è minore).
La proporzionalità diretta tra massa e peso porta ad un uso ambiguo della parola “peso” nel linguaggio comune, se pensiamo al nostro “peso” corporeo ci viene in mente un numero in kilogrammi, inoltre, prima che il sistema internazionale si diffondesse in modo capillare, era in uso l’unità di misura del kilogrammo-peso corrispondente al peso di un kilogrammo, cioè 1 $kg_{peso}$ = 9,8 N.

**La Forza di Attrito (radente, viscoso, volvente)**

Parliamo di attrito quando una forza si manifesta ostacolando o impedendo un moto. L’attrito è detto anche “forza dissipativa” perché sempre diretta in senso opposto al moto.

**L’attrito radente** è la forza che si oppone al moto relativo di due superfici (una rispetto all’altra) di esprimo come prodotto della forza premente (la forza che mantiene le due superfici in contatto) e un coefficiente caratteristico dei due materiali e della loro lavorazione: $F_a = F_{premente} \times \mu$. Poiché il coefficiente esprime una proporzionalità diretta tra due forze esso non ha unità di misura (è un numero puro). E’ possibile distinguere tra la forza di attrito che “impedisce” un tentativo di scorrimento (come nel caso di un auto parcheggiata in salita che non si muove perché la forza di attrito tra le gomme e la strada lo impedisce) e in tal caso parliamo di attrito statico, e la forza di attrito che ostacola un movimento (in atto), in questo caso parliamo di attrito dinamico. La forza di attrito è sempre opposta al moto o al tentativo di moto, viene quindi schematizzata come un vettore che agisce lungo la linea di accoppiamento delle due superfici. Quando parliamo di attrito dinamico la definizione appare sufficientemente chiara mentre per l’attrito statico dovremmo precisare che $F_p \times \mu_{rs}$ rappresenta la massima forza resistente che l’attrito può sviluppare (vedi figura) ,




| Superfici | $\mu_{rs}$ (statico) | $\mu_{rd}$ (dinamico) |
|---|---|---|
| Legno – legno | 0,50 | 0,30 |
| Acciaio – acciaio | 0,78 | 0,42 |
| Acciaio - acciaio lubrificato | 0,11 | 0,05 |
| Acciaio – alluminio | 0,61 | 0,47 |
| Acciaio – ottone | 0,51 | 0,44 |
| Acciaio – teflon | 0,04 | 0,04 |
| Acciaio – ghiaccio | 0,027 | 0,014 |
| Acciaio – aria | 0,001 | 0,001 |
| Acciaio – piombo | 0,90 | n.d. |
| Acciaio – ghisa | 0,40 | n.d. |
| Acciaio – grafite | 0,10 | n.d. |
| Acciaio – plexiglas | 0,80 | n.d. |
| Acciaio – polistirene | 0,50 | n.d. |
| Rame – acciaio | 1,05 | 0,29 |
| Rame – vetro | 0,68 | 0,53 |
| Gomma - asfalto (asciutto) | 1,0 | 0,8 |
| Gomma - asfalto (bagnato) | 0,7 | 0,6 |

Fonte: wikipedia.it

L’origine dell’attrito radente è alquanto complessa, storicamente (e in molti testi è così riportata) si attribuisce alle asperità o irregolarità che le due superfici (anche se lavorate) mostrano a livello microscopico,, queste irregolarità si “incastrano” reciprocamente dando origine alla forza resistente; Recenti studi affiancano alla descrizione precedentemente esposta anche la presenza di forze di coesione (tipo colloidali) e che si manifestano a livello atomico e molecolare, questa seconda ipotesi spiega meglio la presenza anche nella tabella di valori dei coefficienti di attrito maggiori di 1.

**L’attrito volvente** descrive l’ostacolo che trova una sfera o un cilindro durante la fase di rotolamento puro (rotolamento senza strusciare, come per le ruote di un auto o di una bicicletta), è dovuto alla compressione dell’oggetto che rotola sotto l’azione della forza peso. La formulazione dell’attrito volvente la si deve a Carnot ed è analoga a quella dell’attrito radente $F_{av} = \mu_v \times F_p$.

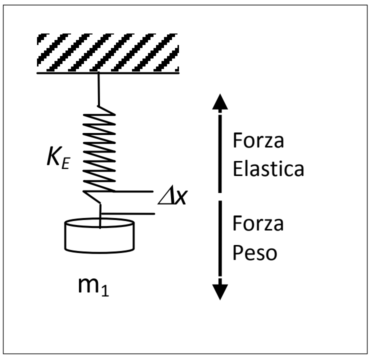
**L’attrito viscoso** descrive l’effetto di un fluido (gas o liquido) nell’ostacolare il moto di un oggetto al proprio interno. L’origine di questa forza è intuitiva: per permettere il moto all’interno di un fluido è necessario “spostare” le molecole del fluido stesso. La descrizione di questo tipo di attrito è complessa, ci limitiamo ad alcune considerazioni intuitive:

- Dipendenza dalla densità del fluido (viscosità), maggiore è la densità maggiore sarà l’attrito;
- Dipendenza dalla velocità, maggiore è la velocità maggiore sarà l’attrito (camminando non ci accorgiamo quasi della presenza dell’aria, correndo sì, andando in moto ancora di più);
- Dipendenza dalla geometria del corpo che si muove, far avanzare un corpo con il fronte piatto è più difficile che farne avanzare uno con un profilo curvo. Il profilo influenza l’attrito viscoso e non si conoscono metodi matematici diretti per determinare il profilo migliore il condizioni reali. In condizioni ideali (fluido non viscoso e non turbolento) già Newton derivò il profilo che minimizzava l’attrito con l’aria: l’ogiva.

La complessità del comportamento di un fluido quando è attraversato da un corpo solido è enorme, tanto che nella pratica per ricorre a complesse simulazioni al computer e allo studio in appositi tunnel (gallerie del vento).

**La Forza Elastica**

L'elasticità è una caratteristica di molti materiali, descrive la tendenza di questi materiali a riassumere la loro forma originale ogni volta che sono sottoposti ad una deformazione causata da una azione esterna. In linea generale un corpo elastico, sottoposto a deformazione, sviluppa una forza opposta alla deformazione e proporzionale all'entità della deformazione. Se proviamo a "schiacciare" un pallone da calcio questo "si opporrà" con una forza tanto maggiore quanto maggiore sarà l'azione esterna, così per allungare una molla (o comprimerla) si deve esercitare una forza che cresce con l'allungamento (o la compressione) stessa. La molla è l'oggetto più semplice che manifesta proprietà elastiche. La legge che descrive la forza elastica nel caso unidimensionale (molla) è la legge di Hooke: $F_E = - k_E \times \Delta X$ (la forza elastica è proporzionale all'allungamento $\Delta X$ e a una costante $k_E$ caratteristica della molla, dipendente dal materiale e dalla lavorazione, tale costante prende il nome di costante elastica, il segno meno indica che la forza è di segno opposto all'allungamento $\Delta X$.



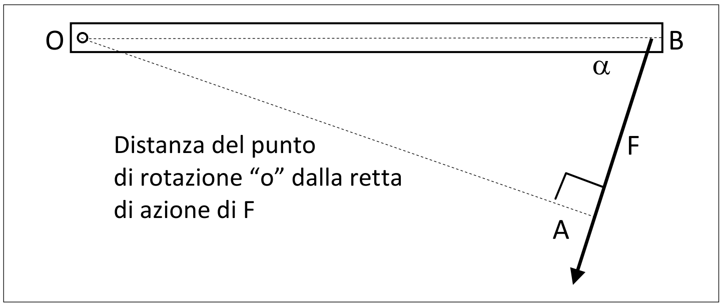

Se consideriamo la figura accanto, abbiamo una molla di costante elastica $k_E$ = 500 N/m, con appeso una massa m = 2 kg. Inizialmente la molla si allunga sotto l'azione della forza peso, poiché la forza elastica cresce con l'entità della deformazione per un certo valore dell'allungamento di otterrà una situazione di equilibrio, cioè il vettore forza peso, diretto verso il basso, è bilanciato dalla forza elastica, diretta verso l'alto. Possiamo scrivere, allora $m\,g = k_E\,\Delta X$, se consideriamo g = 10 m/s$^2$, possiamo allora calcolare l'allungamento della molla come

$$\Delta X = \frac{mg}{K_E} = \frac{2 \times 10}{500} = \frac{20}{500} = 0.04\, m\ (4\ cm)$$

Implicitamente, nell'esempio precedente, abbiamo introdotto il concetto di "equilibrio di un punto materiale": un punto materiale è in equilibrio (cioè non si muove) quando su di esso non agiscono forze o la somma vettoriale delle forze agenti su di esso ha come risultante il vettore nullo. Questa è la condizione che deve essere verificata ogni volta che su un copro agiscono delle forze ma non c'è movimento.

**Il momento di una forza**

La forza come concetto, non è sufficiente ad interpretare molte semplici situazioni reali in cui si verifica l'equilibrio o il movimento. Se vogliamo aprire un porta, libera di ruotare su dei cardini, sappiamo che è più conveniente spingere il più lontano possibile dai cardini. La capacità di una forza di mettere in rotazione un corpo dipende da una grandezza che prende il nome di "momento di una forza", questa grandezza dipenderà, ovviamente, dall'entità della forza, e dalla distanza del punto di rotazione dalla retta di azione della forza. Quindi, facendo riferimento alla figura $M_o(F) = OA \times F = OB \times F \times sen(\alpha)$. L'unità di misura del momento di una forza è Nxm (Newton per metri), è la stessa unità di misura della "coppia di forze" o semplicemente "coppia" che è una caratteristica dei motori. Il segno di questa grandezza è assegnato in base al senso di rotazione che genera. Se la rotazione generata è antioraria parleremo di momento positivo, altrimenti sarà negativo.




**L'equilibrio di un corpo esteso.**

Diventa ora più chiaro parlare di equilibrio, un corpo (non necessariamente puntiforme) è in equilibrio quanto la somma delle forze agenti su di esso è un vettore nullo (non c'è moto di traslazione), e la somma dei momenti è zero (non c'è rotazione). Applicazione classica dell'equilibrio per rotazione è la leva.

**Il Moto**

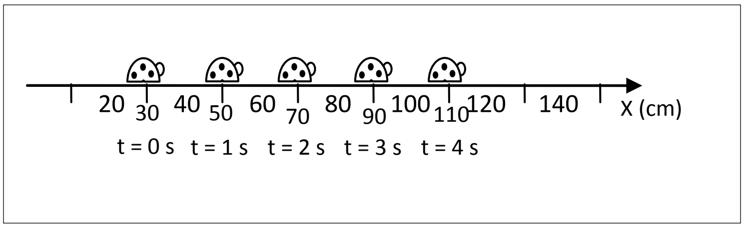
Siamo in grado di affermare che un oggetto o, più in generale, un punto materiale sia in movimento se possiamo affermare che la sua posizione cambia nel tempo. E’ necessario, quindi, disporre di un sistema di riferimento dal quale ricavare la misura della posizione spaziale e di uno strumento per misurare il tempo. Ora, il concetto di tempo è apparentemente intuitivo anche se nessuno sappia darne una definizione, dal punto di vista della fisica ci interessa sapere come si misura e la misura di questa grandezza è effettuata attraverso l’analogia con fenomeni periodici che si ripetono con regolarità (il giorno e la notte, le stagioni, l’oscillazione di un pendolo, le vibrazioni di un cristallo di quartzo, il periodo delle onde elettromagnetiche emesse dagli atomi), attraverso il confronto con il numero di fenomeni periodici osservati si quantifica il l’intervallo di tempo trascorso. Per quel che ci serve, il tempo è assoluto, cioè la sua misura non risente di campi o forze esterne ed è invariante tra sistemi di riferimento inerziali. Il tempo scorre (inesorabile) dal passato verso il futuro e non è possibile condizionarlo (rallentarlo o accelerarlo), né invertire la sua freccia (da futuro verso il passato).

L’insieme delle posizioni spaziali occupate in successione dal punto materiale costituisce la traiettoria del moto. Le traiettorie sono in generale le più disparate, se la traiettoria assume la forma di una curva particolare, il moto prende il nome dalla curva: se il moto avviene lungo una linea retta parleremo di moto rettilineo, se avviene lungo una circonferenza parleremo di moto circolare, lungo una parabola sarà parabolico etc.

La grandezza fisica più importante è la velocità. E’ una grandezza vettoriale ed è definita come il rapporto tra il vettore spostamento tra due posizioni spaziali lungo la traiettoria e l’intervallo di tempo che il punto ha impiegato per passare da una posizione all’altra. Nel caso sia possibile determinare il limite per questo rapporto, calcolandolo per un intervallo di tempo estremamente piccolo, si parlerà di velocità istantanea e il vettore velocità risulterà essere tangente alla traiettoria.

**Moto Rettilineo Uniforme**

Il moto più semplice che possiamo immaginare avviene su una traiettoria rettilinea. Consideriamo la seguente figura dove sono riportate le posizioni di un insetto registrate ad istanti di tempo precisi. L’insetto si muove, osserviamo che:




Nell’istante in cui iniziamo a guardare, cioè facciamo la prima misura di posizione, facendo ad esempio una fotografia (t = 0 s) l’insetto si trova nella posizione X = 20 cm, dopo un secondo, all’istante t = 1 s osserviamo l’insetto nella posizione X = 50 cm, dopo un altro secondo (t = 2 s) osserviamo l’insetto nella posizione X = 80 cm, ed infine per t = 3 s vediamo che l’insetto è nella posizione X = 110 cm. Le nostre osservazioni hanno una coppia di coordinate: un istante di tempo, una posizione spaziale. Osserviamo che lo spostamento è costante nei vari intervalli di tempo, in ogni secondo lo spostamento risulta essere di 30 cm. Introduciamo il concetto di velocità media come il rapporto tra la distanza tra due posizioni spaziali $\Delta S$ e l’intervallo di tempo $\Delta t$ intercorso tra le due osservazioni, quindi $v_m = \Delta S/\Delta t$, la velocità media è una grandezza vettoriale perché lo spostamento è vettoriale e il tempo scalare. A priori non possiamo dire nulla sul comportamento dell’insetto nei periodi tra una osservazione e l’altra, in linea teorica l’insetto potrebbe fare un moto anche acrobatico ma ritrovarsi nei punti specificati agli istanti interi, però, seguendo il principio di economia secondo il quale si deve privilegiare la spiegazione che coinvolge il minor numero di parametri (quella più semplice), è ragionevole pensare che il movimento sia avvenuto in modo regolare ($v_m$ = 30 cm/s) anche negli istanti di tempo non coperti dalle osservazioni. Quindi possiamo dire che se comunque si misura la velocità media di punto/corpo che si muove di Moto Rettilineo, si ottiene sempre lo stesso valore, allora il moto è “UNIFORME” e la velocità media è il parametro (la costante) che lo descrive.

## Equazione del moto (legge oraria)

A questo punto ci poniamo alcune semplici domande: è possibile determinare la posizione occupata dall’insetto nell’istante t = 2.5 s? Osservando la figura possiamo dire che : “se per t = 2 s la posizione è X =

70 cm e per t = 3 s la posizione è X = 90 cm, allora per t = 2.5 s (intermedio tra 2 e 3) la posizione sarà intermedia tra 70 e 90, cioè X = 80 cm. Facile. E’ possibile generalizzare questo ragionamento ed ottenere una equazione che al variare del tempo t fornisce la posizione X. Questa equazione (legge oraria) ha storicamente questa forma:

$X(t)=X_0+v_m\cdot t$ dove i simboli hanno seguente significato:

X(t) è la posizione in funzione del tempo;

$X_0$ è la posizione quando sono iniziate le osservazioni, cioè per t = 0;

$v_m$ è la velocità media deducibile dalle osservazioni.

Il termine $v_m\, t$ rappresenta lo spazio percorso e non va confuso con il valore della posizione X.

Nel nostro esempio avremo:

$X(t)=30+20\cdot t$, al variare di t (espresso in secondi) si avrà il valore della posizione X (espressa in centimetri). Verifichiamo alcune situazioni:

$X(t=0\,s)=30+20\cdot 0=20\,cm$

$X(t=1s)=30+20\cdot 1=50\,cm$

$X(t=2\,s)=30+20\cdot 2=70\,cm$

$X(t=3\,s)=30+20\cdot 3=90\,cm$

$X(t=2.5\,s)=30+20\cdot 2.5=80cm$

Questa equazione ci permette anche di fare previsioni: $X(t=5)=30+20\cdot 5=130\,cm$, ma anche di rispondere ad un'altra domanda, ad esempio: “in quale istante t l’insetto si trova nella posizione X = 86 cm?”, sempre osservando l’immagine possiamo intuire che il risultato sarà un valore di t compreso tra 2 e 3, e sfruttando anche porci la domanda aggiuntiva possiamo dire che è compreso tra 2 e 2.5, difficile andare oltre, dobbiamo ricorrere alla matematica e risolvere l’equazione del moto cercando t, nota la posizione X:

$X(t)=85=30+20\cdot t$, $\quad 85=30+20\cdot t$

$85-30=20\cdot t$ $\quad 55=20\cdot t$

$t=\frac{55}{20}=2.75\,s$

### Metri al secondo e kilometri orari

Nel sistema internazionale delle unità di misura le velocità si esprimono in m/s (metri al secondo) o come nel nostro esempio in multipli e sottomultipli del metro, però nella vita comune siamo abituati alle velocità espresse in Km/h (kilometri orari). La il passaggio da una scala all’altra avviene con un semplice fattore di conversione, facciamo un esempio:

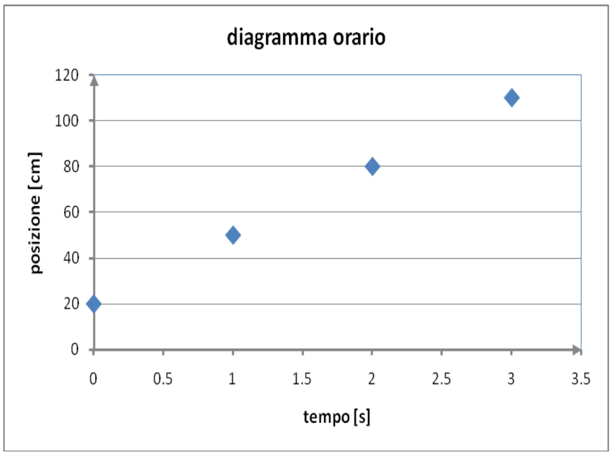
$$50\,km/h=50\times\frac{1000\,m}{1hora}=50\times\frac{1000\,m}{3600\,s}=50\times\frac{1}{3.6}\,m/s=13.89\,m/s$$

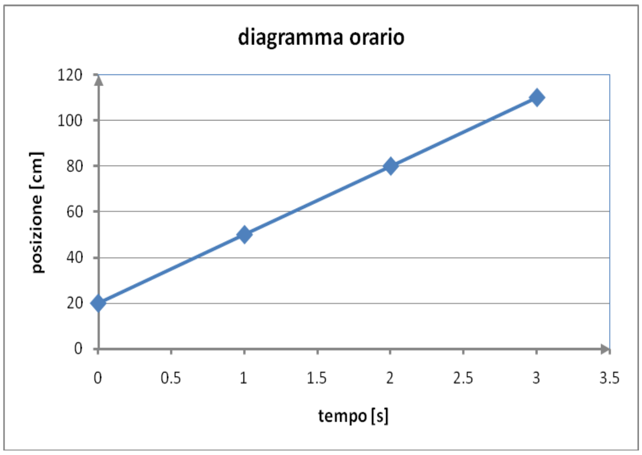
Quindi per passare da km/h a m/s si deve dividere il valore della velocità per 3.6, mentre per passare da m/s a km/h si deve moltiplicare il valore della velocità per 3.6.

Con lo stesso metodo di possono trovare i fattori di conversione anche per altre comuni unità di misura della velocità come il miglio orario (1609,34 m / 3600 s) o il nodo (miglio marino orario, 1852 m / 3600 s).

### Diagrammi orari

La coppia di coordinate tempo-posizione possono essere rappresentate su un grafico cartesiano, il nostro esempio risulterà così:

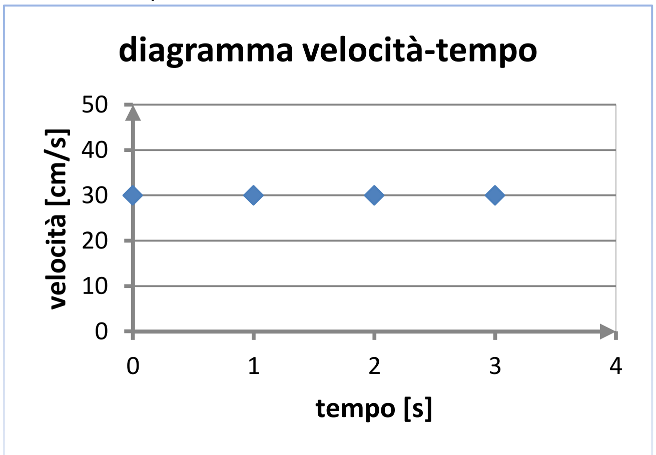


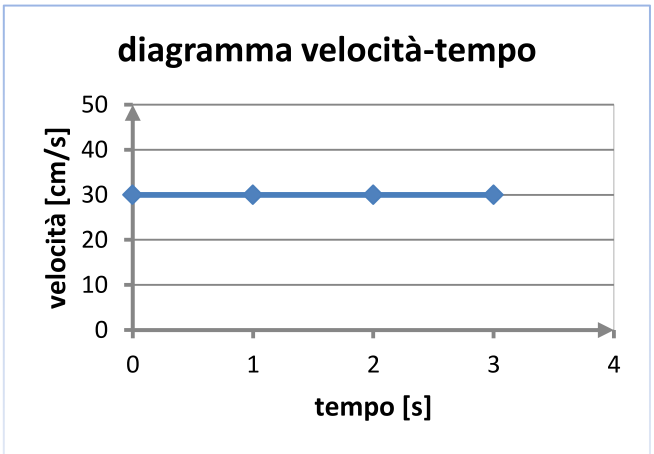




Si osserva che i punti sono allineati, tanto che possiamo unirli con una retta come nel secondo grafico.

La pendenza della retta indica la velocità, se la retta “sale” la velocità è positiva, cioè il moto avviene nel verso dei valori crescenti della posizione, se la retta “scende” significa che la velocità è negativa, cioè il moto avviene nel senso dei valori decrescenti della posizione (va indietro).

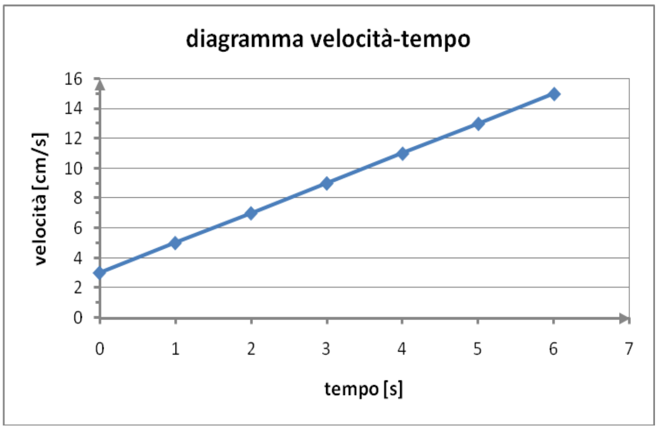
E’ possibile usare questi diagrammi anche per rappresentare la velocità in funzione del tempo, nel nostro esempio abbiamo:




Se osserviamo il siagramma a destra possiamo dedurre che l’area compresa tra la linea della velcità e l’asse orizzontale (dei tempi) è 30 cm/s x 3 s = 90 cm rappresenta lo spazio percorso (non la posizione) nell’intervallo di tempo [0; 3] s. Questa osservazione ha validità generale, per cui l’area compresa tra la linea del grafico della velcità e l’asse dei tempi rappresenta lo spazio percorso, se questa area si trova al di sopra dell’asse orizzontale si tratterà di spazio percorso in avanti (con velcità positiva), se l’area si trova al di sotto si tratterà di spezio percorso all’indietro (con velcità negativa).

## Il Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato




Proviamo a fare il ragionamento inverso cioè dato un grafico velcità tempo, ricaviamo le informazioni sulla poszione.

Osseviamo il grafico a fianco: la velocità cambia nel tempo, quindi si deve parlare di velocità ad undeterminato istante e la chiamiamo “velocità istantanea” o più semplicemente “velocità”. Osserviamo che all’istante t =0 la velocità è $v_0$ = 3 cm/s, aumenta a ritmo costante di 2 m/s ogni secondo. Chiamiamo accelerazione la variazione di velocità nel tempo (un po' come la velocità è la variazione dello spazio percorso nel tempo), l'accelerazione si indica con la lettera *a* e si esprime in $m/s^2$ (metri al secondo quadrato). E' pertanto possibile scrivere per la velcità una relazione simile a quella scritta per la posizione nel moto rettilineo uniforme:

$$v(t)=v_0+a\cdot t$$

Nel nostro caso $v_0$ = 3 [cm/s], *a* = 2 [cm/s$^2$], quindi avremo $v(t)=3+2\cdot t \quad [cm/s]$, osserviamo che i valori predetti da questa equazione corrispondono a quelli osservabili sul grafico:

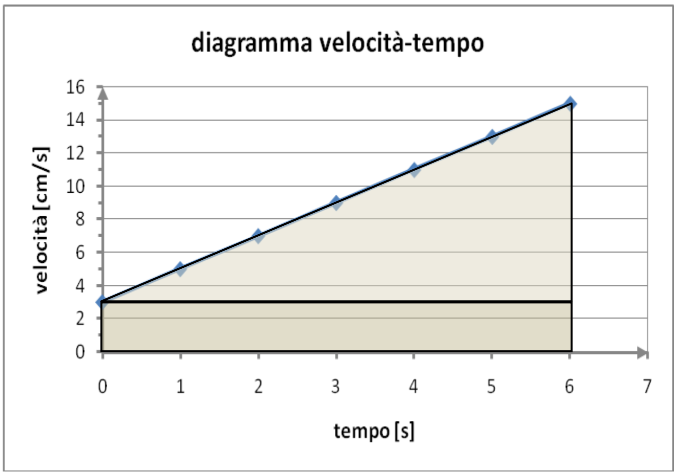
$$v(t=0)=3+2\cdot 0=3 \quad [cm/s]$$

$$v(t=1)=3+2\cdot 1=5 \quad [cm/s]$$

$$v(t=2)=3+2\cdot 2=7 \quad [cm/s]$$

$$v(t=5)=3+2\cdot 5=13 \quad [cm/s]$$

Ora vogliamo calcolare lo spazio percorso dall'istante t=0 come area compresa tra il grafico della velocità e l'asse dei tempi.




La figura è un trapezio, l'area così risulta:

A = ((15 + 3) * 6)/2 = 54 cm, significa che l'oggetto il cui moto è descritto da questo grafico, dopo 6 secondi ha percorso 54 cm. Se osserviamo come è composta l'area vediamo che la possiamo pensare come un rettangolo e un triangolo, l'area del rettangolo rappresenta lo spazio che avrebbe percorso se la velocità fosse rimasta costante, l'area del triangolo è lo spazio in più percorso per effetto dell'accelerazione.

E' possibile ricavare un'espressione per lo spazio percorso da un moto uniformemente accelerato e, conoscendo la posizione iniziale anche per la posizione in funzione del tempo:

$$S(t)=v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$$ Spazio percorso nel tempo

$$X(t)=X_o+v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$$ Posizione nel tempo

Per riassumere i due gruppi di equazioni che descrivono il moto rettilineo uniforme e quello uniformemente accelerato

| | MRU | MRUA |
|---|---|---|
| Accelerazione *a* [m/s$^2$] | *a* = 0 | *a* = costante |
| Velocità v [m/s] | *v* = costante | $v(t)=v_0+a\cdot t$ |
| Spazio percorso S(t) [m] | $S(t)=v\cdot t$ | $S(t)=v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$ |
| Posizione X(t) [m] | $X(t)=X_0+v\cdot t$ | $X(t)=X_o+v_0\,t+\frac{1}{2}a\,t^2$ |

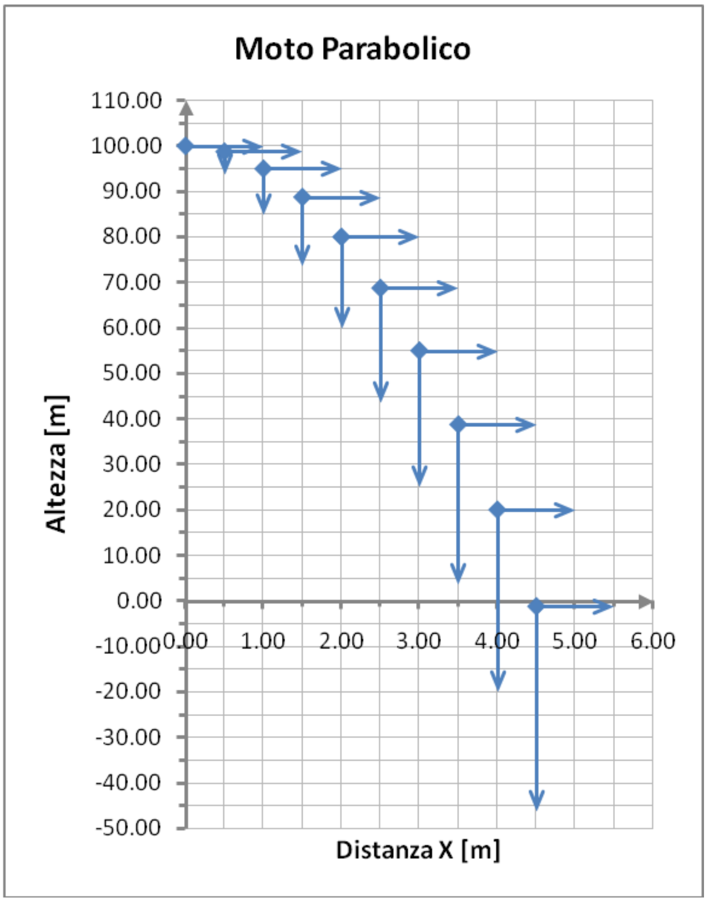
## Moti nel Piano

### Moto Parabolico

Che cosa succede se, in presenza dell’accelerazione di gravità (che per semplicità consideriamo 10 m/s$^2$), da un’altezza H = 100 m si lancia orizzontalmente un oggetto con velocità $v_{0x}$ = 1 m/s?. La traiettoria non sarà una retta, ci aspettiamo che l’oggetto giungerà a terra ad una certa distanza G dal piede della perpendicolare a terra passante per il punto di partenza, nel tempo che cade percorre anche un tratto orizzontale. Ora la velocità è una grandezza vettoriale e come tale possiamo pensarla scomposta nelle sue due componenti orizzonatle e vericale (cioè in ogni punto della traiettoria la velocità è u vettore tangente alla traiettoria e possiamo pensarlo come somma vettoriale di due vettori: uno orizzonatale e uno verticale). Chiamiamo la componente orizzontale $v_x$, quella verticale $v_y$. L’accelerazione g è diretta verso il basso, quindi non ha influenza sulla $v_x$ ma solo sulla $v_y$. Se potessimo vedere l’ombra proiettata sul piano orizzontale, la vedremmo muoversi di moto rettilineo uniforme perché la vx non è influenzata dall’accelerazione g che è diretta vericalmente verso il basso (e la sua “ombra” è nulla), inoltre l’ombra proiettata sul piano verticale si muoverebbe di moto rettilineo uniformemente accelerato, come in caduta libera. La composizone di questi due moti, Moto Rettilineo Uniforme in orizzontale, Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato in verticale da’ luogo al moto parabolico. La parabola è la curva che descrivono i moti dei corpi sulla siperficie della terra sotto l’azione dell’accelerazione di gravità (in assenza di attrito e nell’approssimazione di g costante in direzione e intensità, cioè terra piatta).

$$\begin{cases} X(t) = v_{0x} \cdot t \\ Y(t) = H - \frac{1}{2} g \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{X}{v_{0x}} \\ Y = H - \frac{1}{2} g \cdot \left( \frac{X}{v_{0x}} \right)^2 \end{cases}$$

Combinando le equazioni del moto lungo gli assi si ottiene l’equazione di una parabola passante per il punto (0; H) e per il punto $\left( v_{0x} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}; 0 \right)$.




Si deduce che:

- La velocià orizzontale è costante;
- La velocità verticale aumenta con accelerazione g;
- La velocità totale $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ è inclinata;
- Il tempo di caduta non dipende dalla velocità orizzontale e vale $t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ;
- La distanza a cui impatta il suolo (Gittata) dipende dalla velocità orizzontale e dal tempo di caduta $G = v_{0x} \cdot t_c = v_{0x} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$ ;
- La velocità verticale quando impatta il suolo è $v_y = t_c \cdot g = \sqrt{\frac{2H}{g}} \cdot g = \sqrt{2gH}$ ;

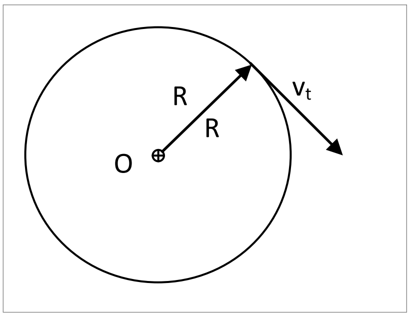
Nel grafico accanto sono riportate le posizioni e le velocità ad intervalli di un secondo, con i dati specificati ad inizio paragrafo.

Si ottiene:

$$t_c = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 100}{10}} = \sqrt{20} = 4.47\,s$$

$$G = v_{0x} \cdot t_c = 1 \cdot 4.47 = 4.47\,m$$
$$v_y = t_c \cdot g = 4.47 \cdot 10 = 44.7\,m/s$$
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1^2 + 44.7^2} = \sqrt{1 + 1998.1} = \sqrt{1999.1} = 44.71\,m/s$$

## Moto Circolare Uniforme




Un oggetto che si muove lungo una traiettoria circolare (un moto circolare) ha, in generale, alcune particoalrità:

- La traiettoria è chiusa, quindi il moto può ripetersi, cioè col passare del tempo vengono occupate posizioni già occupate precedentemente;
- Se la ripetizione delle posizoni occupate è regolare nel tempo possiamo definire il "periodo" del moto T come il tempo impiegato a fare un giro.
- Analogamente è possibile definire una grandezza che descrive quanti giri vengono fatti nell'unità di tempo: la frequenza, se il periodo è espresso in secondi f = 1/T. L'unità di misura della frequanza sono $s^{-1}$ (secondi alla meno uno) che prende il nome di Hertz (simbolo Hz) dal nome dello scienziato tedesco che per primo generò e osservò le onde elettromagnetiche. Non è insolito trovare la frequenza espressa in RPM (giri al minuto) 1 Hz = 60 RPM;
- Se il moto lungo la traiettoria è regolare, cioè se in tempi uguali sono percorsi archi uguali, si parla Moto Circolare Uniforme;
- E' possibile, quindi, definire la velocità del moto lungo la traiettoria, prende il nome di velocità tangenziale perché il vettore che puntualmente individua la velocità è tangente alla circonferenza, il suo valore sarà dato dalla lunghezza della circonferenza diviso il periodo:
- $v_t = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\,f$
- Oltre alla frequenza nel moto circolare si è soliti definire la quantità $\frac{2\pi}{T}$ che prende il nome di "velocità angolare" o "pulsazione", generalmente indicata con la lettera ω (omega), in funzione di questa grandezza si ha: $f = \frac{\omega}{2\pi}$; $\omega = 2\pi\,f$; $v_t = \omega R$

Anche se può apparire "strano" il moto circolare uniforme (cioè con il valore della velocità istantanea costante) è un moto accelerato perché il "vettore velcità", pur mantenedo intensità costante cambia direzione, la velocià è "piegata" verso il centro, per cui l'accelerazione è diretta verso il centro e prende il nome di "accelerazione centripeta", si può dimostrare con un semplice ragionamento geometrico, che il suo valore è $a_c = \frac{v_t^2}{R} = \omega^2 R$ .

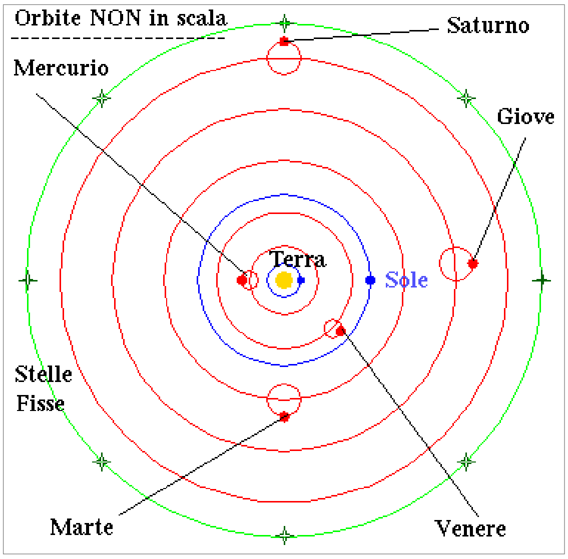
### Accelerazione "centripeta" e "centrifuga"

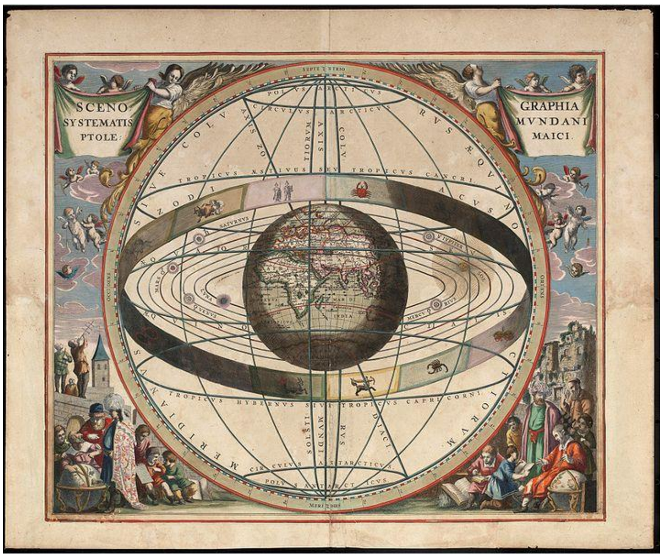
Siamo, però, abituati a sentir parlare di accelerazione "centrifuga" o più spesso di "forza centrifuga", quando abbiamo a che fare con oggetti in rotazione (lavatrici, giostre, curve in auto), questo argomento merita una piccola digressione: immaginiamo di essere su un auto che viaggia a velocità costante, ora mantenendo la velocità costante in valore l'auto affronta una curva di forma circolare diciamo a destra, osservando dall'esterno l'auto che si muove su una traiettoria circolare, possiamo ben affermare che su di essa agisce una accelerazione diretta verso l'interno del cerchio perché osserviamo il vettroe velocità piegare verso destra. Un passeggero che si trova dentro l’auto osserva che sta descrivendo insieme all’auto una traiettoria circolare, su di sé, però, sente agire una accelerazione che lo spinge fuori dalla traiettoria, sente, cioè, una forza “centrifuga”. Ora questa spinta è apparente, cioè il passeggero tenderebbe a mantenere la sua traiettoria rettilinea, l’auto, invece, per l’accelerazione che l’attrito tra le gomme e l’asfalto gli imprimono, curva verso destra, cioè “taglia la strada” al passeggero che quindi si sente spingere fuori. Quindi, per concludere, su un corpo in moto circolare agisce una accelerazione centripeta (diretta verso il centro), chi si muove solidarmente al corpo in oggetto “percepisce” una ccelerazione centrifuga (diretta radialmente, che si allontana dal centro).

**Dinamica** (dallo studio dei moti fino alle forze come cause dei moti)

## Leggi di Keplero

Il moto circolare, oltre a descrivere i sistemi in rotazione (ruote, macchinari, ingranaggi etc) ha una grande importanza storica infatti, per tutta l’antichità, il medioevo e parte del rinascimento, era il moto che si credeva facessero i corpi celesti (sole, luna e pianeti) intorno alla Terra, centro dell’universo e del creato. Questo modo di concepire l’universo avaeva radici antiche, codificato dall’ultimo astronomo alessandrino Tolomeo si conciliava con la visione cristiana (nella bibbia non c’è scritto dove se la terra gira intorno al sole o veceversa) che pone l’uomo al centro (simbolico) della creazione in un rapporto privilegiato con la divinità.



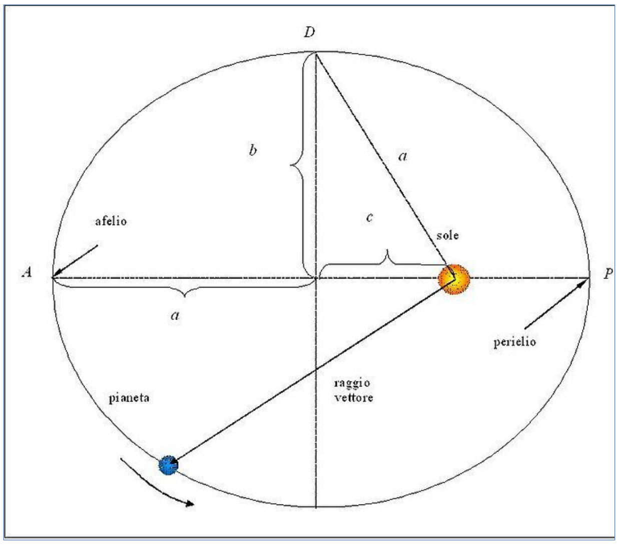



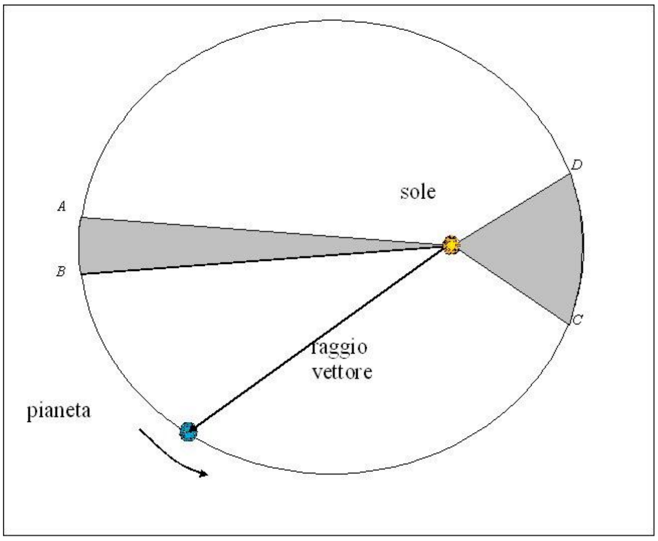

Le osservazioni astronomiche, ma mano che si fanno più accurate, sono incompatibili con il modello tolemaico, inoltre l’ossrrvazioni di alcuni fenomeni come l’esplosione di una supernova, fanno credere che anche il sole sia una stella come le altre. L’astronomo Keplero introduce tre leggi che descrivono il moto dei pianeti:

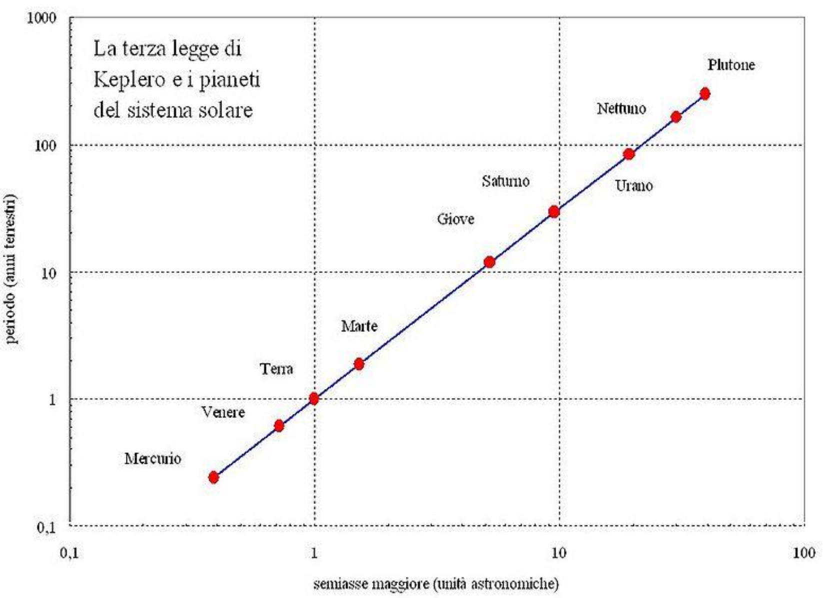
1 – i pianeti descrivono orbite elleittiche intorno al sole che occupa uno dei due fuochi;
2 – il raggio vettore che unisce i pianeti al sole spazza aree uguali in tempi uguali;
3 – il rapporto tra il quadtrato del periodo di rivoluzione e il cubo del semiasse maggiore dell’ellisse è una costante;

Queste tre leggi, enunciate nel 1660, ebbero molte implicazioni, non solo scientifiche, ne enunciamo solo alcune:

La terra, e l’uomo con essa, perde la sua centralità nel cosmo, è il sole (almeno per ora) ad essere il (quasi) centro dell’universo, non solo i piantei e la terra con essi non compiono moti circolari, quindi perfetti (forse il cileo non è il posto dove tutto è perfetto). Inoltre la seconda legge, per la scostanza della



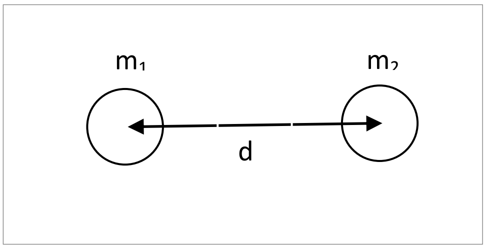




velocità areolare impone che il pianeta non abbia velocità costante, la sua velocità sarà maggiore quando la sua distanza dal sole sarà minore e viceversa (un altro colpo alla perfezione ed immutabilità dei moti dei corpi celesti). La terza legge di keplero ha forse meno implcazioni filosofiche ma la regolarità della proporzione tra quadtrato del periodo e il cubo del semiasse fa pensare che tutti i pianeti (terra compresa) risentano quasi esclusivamente dell’influenza del sole.

## La gravitazione universale

Le leggi di keplero furono la base per Isaac Newton nel derivare un sistema di leggi fisiche coerenti che spiegassero le tre leggi di keplero, il moto dei pianeti e che fossero coerenti con quanto osservato sulla terra. Newton formalizzo un’intuizione diffusa tra i suoi colleghi del tempo sostenendo che tra le masse ci fosse una forza attrattiva del seguente tipo:




$F = G\,\frac{m_1 m_2}{d^2}$, cioè tra due masse $m_1$ ed $m_2$, poste ad un certa distanza d si esercita una forza attrattiva proporzionale al prodotto delle due masse ed inversamente prpoporzionale al quadrato della distanza d. G è una costante (di gravitazione universale) il cui valore fu dedotto sperimentalmente da Cavendish nel 1798 (nell’ambito di un esperimento per misurare la densità della terra) e nel SI vale G = 6.67 x $10^{-11}$ N*$m^2$/$kg^2$.

La legge di gravitazione universale permette di “spiegare” i moti dei pianeti fin nei dettagli (solo alcune piccole anomalie come il moto di precessione di mercurio hanno dovuto attendere la teoria della relatività generale di Einstein per essere spiegate). La forza descrittà è in realtà debole se confrontata con ciò a cui siamo abituati (motori, pesi, etc), due persone di m = 80 Kg poste alla distanza d = 1 m si attirano con una forza molto piccola, $F = G\,\frac{m_1 m_2}{d^2} = 6.67\ \cdot 10^{-11}\,\frac{80\cdot 80}{1^2} \approx 0.43 \cdot 10^{-6}\,N$ (il peso di un ventesimo di milligrammo!) troppo piccola per essere osservata sulla superficie della terra. Solo le enormi masse dei piantei e delle stelle producono valori della forza di attrazione gravitazionale rilevanti (si noti che la forza è sempre attrattiva e, per quanto ci è dato di sapere, la forza gravitazionale non è schermabile).

## Calcolo della massa della Terra

Una classica applicazione della legge di gravitazione universale è il confronto con la forza peso nella sua definizione tradizinale e il calcolo della massa della terra. Consideriamo un corpo di massa m = 100 Kg, sappiamo che sulla superficie della terra è soggetto alla forza peso $F_p = m \cdot g = 100 \cdot 9.8 = 980\,N$, l’orgine di questa forza è la gravitazione universale tra la massa m e la terra stessa ($M_t$) poste ad una distanza pari al raggio della terra ($R_t$ = 6400 Km). Avremo:

$$G\,\frac{m\cdot M_t}{R_t^2} = m\,g \ \ \rightarrow G\,\frac{M_t}{R_t^2} = \ g \rightarrow \ M_t = \ \frac{g}{G}\cdot R_t^2 = \ \frac{9.81}{6.67}\cdot (6.4\cdot 10^6)^2 \cdot 10^{11} = 6 \cdot 10^{24} Kg$$

## Principi della dinamica

Insieme alla legge della gravitazione universale Newton definì i principi (ancora oggi validi) dai quali derivare le leggi che descrivono forze e moti, cioè la dinamica

1° principio: (principio di inerzia) un corpo mantiene il suo stato di moto rettilineo uniforme fino a quando non interviene una forza esterna a modificarlo.

2° principio: (F = m a) un forza agente su un corpo di massa m gli imprime una accelerazione a il cui valore è dato dal rapporto tra la forza agente e la massa del corpo.

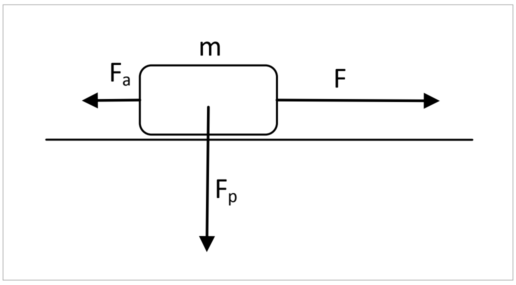
3° principio: (principio di azione e reazione) ad ogni azione corrisponde una reazione uguale e contraria.

Il primo principio, già definito ai tempi di Cartesio e Galilei, discende dalle osservazione che è necessaria una forza sia per creare movimento, sia per fermarlo (per far muovere una nave in uno specchio di acqua calma è necessaria una forza, e tale forza è necessaria anche per arrestare o deviare il moto della nave). E’ un principio di notevole importanza perché mette sullo stesso piano la situazione di “corpo fermo” e di “corpo in moto rettilineo uniforme”.

Il secondo principio, quello veramente innovativo, introduce una proporzionalità diretta tra forza e accelerazione. L’esperienza quotidiana è invece basata su moti che avvengono nei fluidi (aria e acqua) dove si registra una certa proporzionalità tra forza e velocità massima.

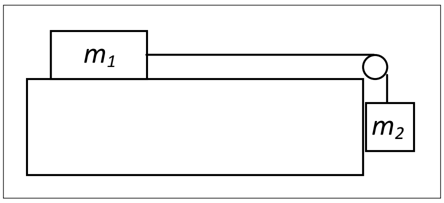
Il terzo principio, apparentemente oscuro, sta a significare che la forza esrcitata è sempre “tra due soggetti” e mai esclusivamente di uno sull’altro, però, se le masse sono diverse saranno diverse le accelerazioni.

## Esempi e applicazioni dei principi della dinamica




**Esempio**. Consideriamo il disegna a fianco, un corpo di massa m = 5 kg poggia su un paino orizzontale, tra il corpo e il piano c'è attrito caratterizzato da un coefficiente $\mu_d$ = 0.4 . Al corpo viene applicata una forza orizzontale F = 30 N, determinare l'accelerazione *a* del corpo considernado *g* = 10 m/s$^2$

**Svolgimento**. L'effetto della forza di attrito è schematizzabile con una forza orizzontale che si oppone alla forza esterna, la forza di attrito radente si esprime come prodotto della forza premente (nel nostro caso è la forza peso) per il coefficiente di attrito, quindi $F_a = F_p \cdot \mathrm{\mu_d} = \mathrm{m \cdot g \cdot \mu_d} = 5 \cdot 10 \cdot 0.4 = 20\ N$.
Applichiamo il secondo principio facendo attenzione che la forza effetiva che produce l'accelerazione è la risultante (somma vettoriale) delle forze che agiscono sul corpo, poiché la forza esterna e la forza di attrito agiscono orizzontalmente avremo $a = \frac{F - F_a}{m} = \frac{30-20}{5} = 2\ m/s^2$




**Esempio.** Due masse m$_1$ = 40 Kg, m$_2$ = 10 Kg sono collegate come in figura da un filo inestensibile di massa trascurabile. La massa m$_2$ è libera di muoversi verticalmente sotto l'azione della forza peso. Tra la massa m$_1$ e il piano sussiste un coefficiente di attrito $\mu$ = 0.2. Determinare se il sistema è in equilibrio o si muove e, se si smuove, calcolare l'accelerazione *a* del sistema e la tensione T del filo. Considerare *g* = 10 m/s$^2$.

**Svolgimento**. Sulla massa m$_1$ agiscono due forze: la tensione T del filo e la forza di attrito, queste forza sono parallele ed opposte, sulla massa m$_2$ agiscono ancora due forze, la forza peso e la tensione T del filo. La tensione del filo T è interna al sistema (frena m$_2$ e tira m$_1$) mentre la forza peso e l'attrito sono esterne, se la forza peso supera la forza di attrito il sistema si muove ed entrambe le masse (poiché il filo è inestensibile) avranno la stessa accelerazione a. Possiamo dire che l'accelerazione a sarà determinata dal rapporto tra la risultante delle forze e la massa totale:

$$a = \frac{F_{peso} - F_{attrito}}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 g - m_1 g\ \mu}{m_1 + m_2} = \frac{10 \cdot 10 - 40 \cdot 10 \cdot 0.2}{10+40} = \frac{100-80}{50} = \frac{20}{50} = 0.4\ {}^{m}/_{s^2}$$

Applichiamo il risultato alle due masse separatamente,

prima m$_1$:
$m_1 \cdot a = T - F_a$, cioè $40 \cdot 0.4 = T - 40 \cdot 10 \cdot 0.2$, avremo $16 = T - 80$, quindi $T = 96\ N$

Poi m$_2$:
$m_2 \cdot a = F_p - T$ , cioè $10 \cdot 0.4 = 10 \cdot 10 - T$, avremo $T = 100 - 4$, quindi $T = 96\ N$

## ENERGIA

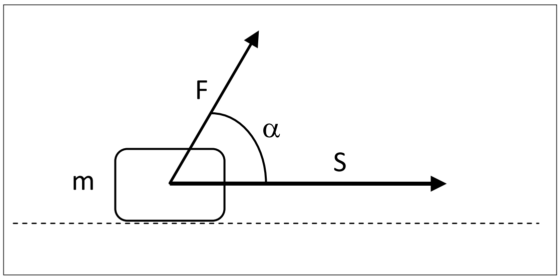
Arriviamo ora ad affrontare uno dei concetti più importanti di tutta la fisica, l'energia. La parola ha un suo significato nel linguaggio comune (come forza) e questo può creare fraintendimenti, quindi prima di dare una definizione vediamo alcuni aspetti operativi di questa grandezza.

**ENERGIA**

(grandezza scalare, unità di misura Joule)

| **ENERGIA POTENZIALE** | **LAVORO** | **ENERGIA CINETICA** |
|---|---|---|
| Forza peso: $E_p = m\ g\ h$ | $L = F \cdot S \cdot \cos(\alpha)$ | $E_c = \frac{1}{2}\ m\ v^2$ |
| Forza elastica: $E_p = \frac{1}{2}\ K_E \Delta x^2$ | | |

Per affrontare l’energia partiamo dal Lavoro (altra parola di uso comune). Supponiamo che su una data massa m = 5 kg, libera di muoversi su un piano senza attrito, agisca una forza F = 60 N inclinata di una angolo $\alpha$ = 60° rispetto all’orizzontale, l’azione della forza si manifesta con lo spostamento lungo il piano di un tratto S = 3 m. Definiamo Lavoro della forza $L = F \cdot S \cdot \cos(\alpha)$, dove il prodotto F cos($\alpha$) rappresenta la




proiezione della forza nella direzione dello spostamento. Il lavoro è una grandezza scalare e la sua unità di misura sono Nxm, cioè Joule (J). Nel nostro caso avremo:
$L = F \cdot S \cdot \cos(\alpha) = 60 \cdot 3 \cdot 0.5 = 90$ [J]
Facciamo alcune osservazioni sui possibili valori di questa grandezza. Notiamo che non dipende dal valore della massa, inoltre non diciamo nulla sullo stato iniziale della massa, cioè se si stava muovendo oppure no, per cui non necessariamente la forza F è la responsabile dello spsotamento S, cioè sono possibili tre situazioni:

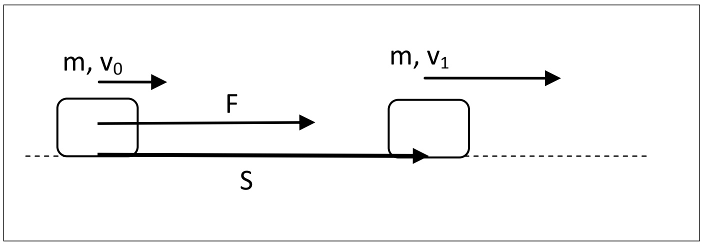
1 – la proiezione di F nella direzione di S è dello stesso verso di S, $\alpha$ è minore di 90° e il cos($\alpha$) è positivo (come nel nostro esempio), si dice che la forza compie lavoro e in generale farà aumentare la velocità della massa;

2 – la proiezione di F nella direzione di S è nulla, cioè la forza è perpendicolare allo spostamento, cos(90°)=0, quindi il lavoro L è nullo, la forza non compie lavoro, in generale la velocità della massa non cambia come intensità, può cambiare come direzione;

3 – la proiezione di F nella direzione di S è antiparallela a S (verso opposto), $\alpha$ è maggiore di 90° e il cos($\alpha$) è negativo, il lavoro è negativo e l’effetto sarà quello di ridurre la velocità della massa (come in una frenata dove forza e spostamento sono antiparalleli).

## Teorema dell’energia cinetica (teorema delle forze vive)

Consideriamo l’effetto del lavoro di una forza, supponiamo che una massa m = 4 kg si stia muovendo di moto rettilineo uniforme con velocità $v_0$ = 10 m/s, sulla massa agisce una forza F = 100 N per un tratto S = 8



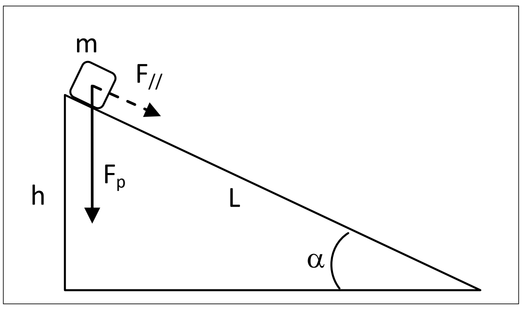

m. La massa sotto l’azione della forza farà un moto uniformemente accelerato $a = \frac{F}{m} = \frac{100}{4} = 25\ {}^{m}/_{S}$, supponiamo che il tratto S venga percorso in un tempo t, vale la seguente relazione per lo spazio percorso:
$S = \ v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, per la velcocità vale anche:
$v_1 = \ v_0 + a \cdot t$, ricaviamo $t = (v_1 - v_{0)}/a$, sostituiamo nell’espressione di S e otteniamo:

$$S = \ v_0 \frac{(v_1 - v_0)}{{}^{F}/_{m}} + \frac{1}{2} \left({}^{F}/_{m}\right) \frac{(v_1 - v_0)^2}{\left({}^{F}/_{m}\right)^2}, \frac{S \cdot F}{m} = \ v_0 v_1 - v_0^2 - \frac{1}{2}(v_1^2 - 2 v_0 v_1 + v_0^2)$$

Semplificando e riarragiando i termini otteniamo:
$S \cdot F = \ \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$, cioè il lavoro della forza è uguale alla variazione di una funzione della velocità che prende il nome di Energia Cinetica: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$.

## Lavoro della Forza Peso ed Energia Potenziale

Consideriamo il seguente esempio: una massa m = 5 kg è posta alla sommità di un piano inclinato di un




angolo $\alpha$ = 30 ° e lungo L = 10 m. La massa è inzialmente ferma e scivola senza attrito sotto l’azione della forza peso. Ci chiediamo quale sia il valore della velocità *v* alla base della discesa.
La forza che effetivamente produce il moto è la prioezione della forza peso lungo il piano inclinato e, nel nostro caso, per ragioni geometriche di similitudine tra due triangoli, è la Forza Parallela la cui espressione è $F_{//}$ = m g sen($\alpha$). Il lavoro fatto

dalla forza parallela sarà uguale all’aumento dell’energia cinetica, avremo cioè:
$m \cdot g \cdot sen(\alpha) \cdot L = \frac{1}{2}mv^2$ , ma $L \cdot sen(\alpha) = h$, quindi avremo che $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = m \cdot g \cdot h$ , cioè l’energia cinetica (e quindi la velocità) non dipende dall’inclinazione della discesa (e quindi dall’angolo) ma solo dalla differenza di quota. Questo risultato ha carattere generale, ci dice che il lavoro della forza peso non dipende dal percorso ma solo dalla differenza di quota. Allora è possibile associare alla differenza di quota una funzione (Energia Potenziale) che descrive la capacità che ha un corpo di produrre energia cinetica per il fatto che occupi una determinata posizione. Nel caso della forza peso l’energia potenziale ha la seguente espressione: $E_p = m \cdot g \cdot h$.

Con ragionamenti del tutto analoghi è possibile dimostrare che si può associare una energia potenziale alla forza di gravitazione universale e alla forza elastica, in quest’ultimo caso la sua espressione è:

$E_p^E = \frac{1}{2}K_E \Delta x^2$