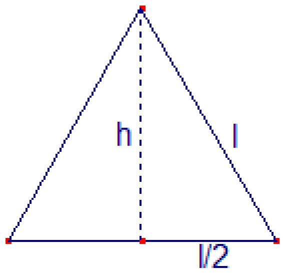
31. Altezza e area di un triangolo equilatero in funzione del lato: con riferimento alla figura, supposta nota la lunghezza del lato del triangolo equilatero e applicando il teorema di Pitagora, si ricava:




$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{l}{2}\sqrt{3}$$

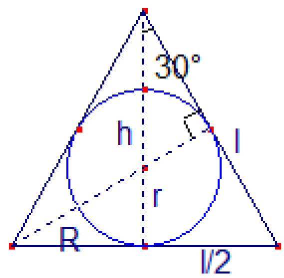
$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{l}{2}\sqrt{3} \cdot l = \frac{l^2}{4}\sqrt{3}$$

invertendo la prima formula si ricava:

$$l = \frac{2h}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}h$$

32. Raggio della circonferenza inscritta in un triangolo equilatero in funzione del lato: con riferimento alla figura, è facile dimostrare che h = 3r e quindi

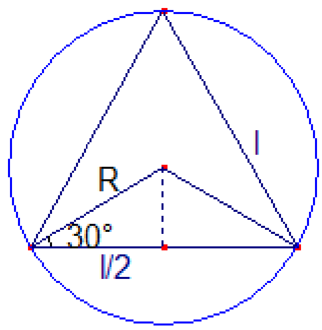
$$r = \frac{l}{6}\sqrt{3}$$




33. Raggio della circonferenza circoscritta a un triangolo equilatero in funzione del lato: con riferimento alla figura, è evidente che R = 2r e quindi

$$R = \frac{l}{3}\sqrt{3} \qquad (*)$$

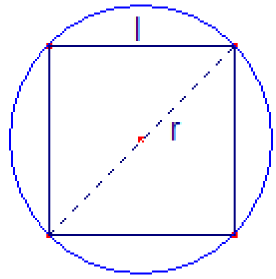
34. Lato del triangolo equilatero inscritto in una circonferenza di raggio R:




$\frac{l}{2} = \frac{R}{2}\sqrt{3}$ e quindi $l = R\sqrt{3}$

risultato che si può ottenere anche invertendo la formula (*).

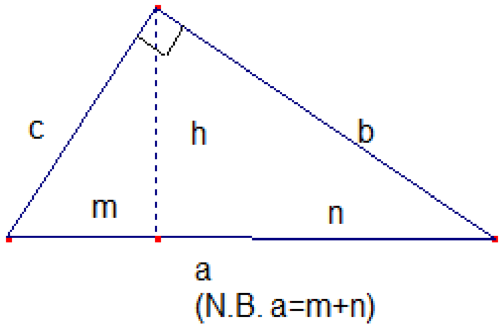
35. Lato del quadrato inscritto nella circonferenza di raggio r:




il diametro della circonferenza è anche diagonale del quadrato e, ricordato che il rapporto diagonale – lato di un quadrato è uguale a √2 si ottiene:

$$2r = l\sqrt{2}, l = \frac{2r}{\sqrt{2}} = \frac{2r\sqrt{2}}{2} = r\sqrt{2}$$

36. Relazioni metriche tra gli elementi di un triangolo rettangolo (con riferimento alla figura):




teorema di Pitagora: $a^2 = b^2 + c^2$

primo teorema di Euclide: $c^2 = m \cdot a, b^2 = n \cdot a$

secondo teorema di Euclide: $h^2 = n \cdot m$

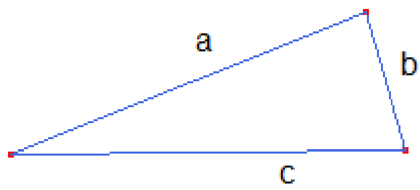
nella risoluzione dei problemi è utile ricordare un'ulteriore relazione che si ottiene uguagliando le espressioni dell'area trovate una volta considerando come *base* l'ipotenusa e una volta considerando come *base* uno dei cateti: $a \cdot h = b \cdot c$

37. Esempi di *risoluzione* di un triangolo rettangolo nel senso della determinazione dei suoi elementi (lati – proiezioni dei cateti sull'ipotenusa – altezza relativa all'ipotenusa – perimetro – area; relativamente agli angoli acuti per ora è possibili determinarli solo per triangoli rettangoli isosceli <45°> e nel caso in cui l'ipotenusa sia doppia di uno dei cateti <30° e 60°>).
*Risolvere* il triangolo rettangolo nei seguenti casi (le lettere si riferiscono alla figura, i numeri a una stessa unità di misura):

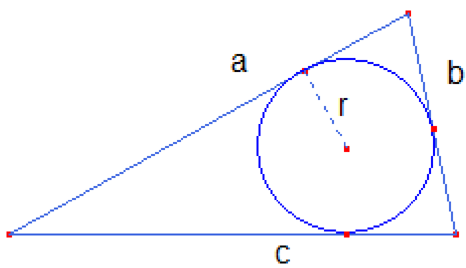
| | | |
|---|---|---|
| m = 2 | n = 8 | |
| c = 6 | m = 3 | |
| A = 25 | b = 5 | N.B. Con A si è indicata l'area |
| c = 3 | n = 3,2 | |
| h = 2,4 | m = 1,8 | |

38. Formula di Erone per la determinazione dell'area di un triangolo (qualsiasi...) note le lunghezze dei lati: si può

dimostrare che $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \dfrac{a+b+c}{2}$




39. Raggio della circonferenza inscritta in un triangolo in funzione delle lunghezze dei lati:
ricordato che l'area è uguale a semiperimetro per apotema (apotema = raggio circonferenza inscritta...), invertendo la formula si ottiene




$r = \dfrac{2A}{a+b+c}$ o anche, dividendo per 2 al numeratore e al denominatore:

$$r = \frac{A}{\frac{a+b+c+}{2}} = \frac{A}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \sqrt{\frac{(p-a)(p-b)(p-c)}{p}}$$

40. Si dimostra che il raggio R della circonferenza circoscritta è: $R = \dfrac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot A}$