Docente: Giacomo Calzolari
Assistente alla didattica: Elena Argentesi

ESERCITAZIONE N. 1
Equilibrio di mercato ed elasticità

ESERCIZIO 1: Equilibrio di mercato e spostamenti delle curve

La quantità domandata di un certo bene è descritta dalla funzione

$$Q_D = 10 - \frac{1}{2}p \qquad \text{(D)}$$

mentre la quantità offerta è descritta dalla funzione

$$Q_S = 6p - 3 \qquad \text{(S)}$$

a) determinare la configurazione di equilibrio del mercato;
b) determinare (anche graficamente) come cambia l'equilibrio di mercato a seguito di uno shock positivo sull'offerta tale per cui la nuova curva di offerta è $Q_S' = 6p + 2$ e di uno shock negativo sulla domanda per cui la domanda cala del 20%.

Soluzione

a) L'equilibrio di mercato si ha in corrispondenza del livello di prezzo per cui la quantità domandata è uguale alla quantità offerta. Il prezzo di equilibrio si ottine quindi uguagliando la domanda all'offerta:

$$10 - \frac{1}{2}p = 6p - 3$$

Da cui si ottiene $p^* = 2$. Sostituendo tale valore di equilibrio per il prezzo nella funzione di domanda (o nella funzione di offerta) si ottiene che la quantità scambiata in equilibrio è $Q^* = 9$.

b) Per determinare il nuovo equilibrio di mercato è necessario conoscere le nuove funzioni di domanda e di offerta. Per quanto riguarda la curva di offerta, essa è descritta dalla funzione $Q_S' = 6p + 2$ (S'). Osserviamo che la curva di offerta si è spostata parallelemente a se stessa, in quanto non è cambiata la pendenza della curva ma solo la sua intercetta. Per determinare la nuova curva di domanda, dobbiamo invece tenere presente che, per ogni livello di prezzo, la quantità domandata è diminuita del 20%; quindi, per dato *p*, la quantità domandata sarà pari all'80% di quella che era in precedenza, cioè

$$Q_D' = 0{,}8\left(10 - \frac{1}{2}p\right) = 8 - \frac{2}{5}p \qquad \text{(D')}$$

Il nuovo equilibrio di mercato si ottiene uguagliando Q_D' e Q_S':

$$8 - \frac{2}{5}p = 6p + 2$$

Da cui si ottiene $p^{*\prime} = \frac{15}{16}$ e per sostituzione $Q^{*\prime} = \frac{61}{8}$. Quindi sia il prezzo che la quantità scambiata in equilibrio sono diminuiti a seguito dello spostamento delle curve di domanda e di offerta.

Per rappresentare graficamente le curve di domanda e di offerta nel piano cartesiano con la quantità in ascissa e il prezzo in ordinata, è necessario utilizzare le curve di domanda e di offerta inverse (in cui cioè il prezzo è funzione della quantità).

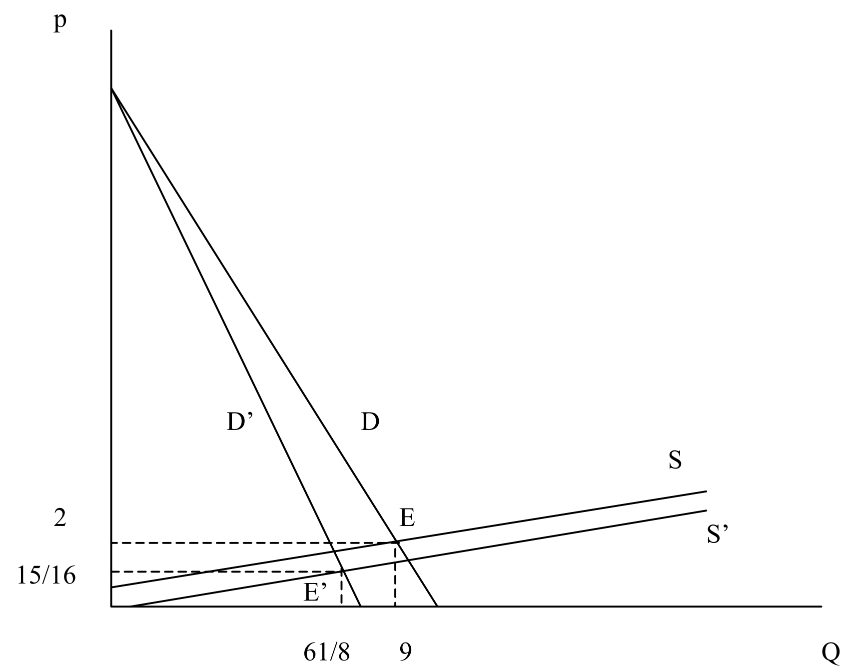
D: $Q_D = 10 - \frac{1}{2}p$ (domanda diretta) $\Rightarrow$ $p_D = 20 - 2Q$ (domanda inversa)

S: $Q_S = 6p - 3$ (offerta diretta) $\Rightarrow$ $p_S = \frac{1}{2} + \frac{Q}{6}$ (offerta inversa)

D’: $Q_D' = 8 - \frac{2}{5}p$ (domanda diretta) $\Rightarrow$ $p_D' = 20 - \frac{5}{2}Q$ (domanda inversa)

S’: $Q_S' = 6p + 2$ (offerta diretta) $\Rightarrow$ $p_S' = \frac{Q}{6} - \frac{1}{3}$ (offerta inversa)

Possiamo ora rappresentare graficamente le quattro curve e i due equilibri E ed E’:



ESERCIZIO 2: Controlli sui prezzi

Le funzioni di domanda e di offerta su un determinato mercato sono rispettivamente

$$Q_D = 9 - p$$

$$Q_S = \frac{1}{2} p$$

a) Si determini l'equilibrio del mercato;
b) Si determini come si modifica l'equilibrio a seguito dell'introduzione, da parte dell'autorità pubblica, di un tetto di prezzo pari a $\overline{p} = 4$;
c) Si determini come si modifica l'equilibrio a seguito dell'introduzione, da parte dell'autorità pubblica, di un pavimento di prezzo pari a $\underline{p} = 8$.

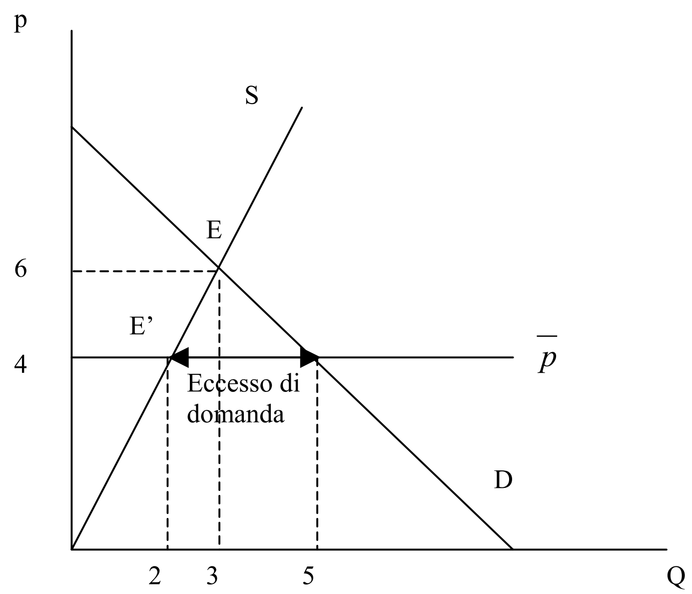
Soluzione

a) L'equilibrio di mercato si ottiene uguagliando domanda e offerta:

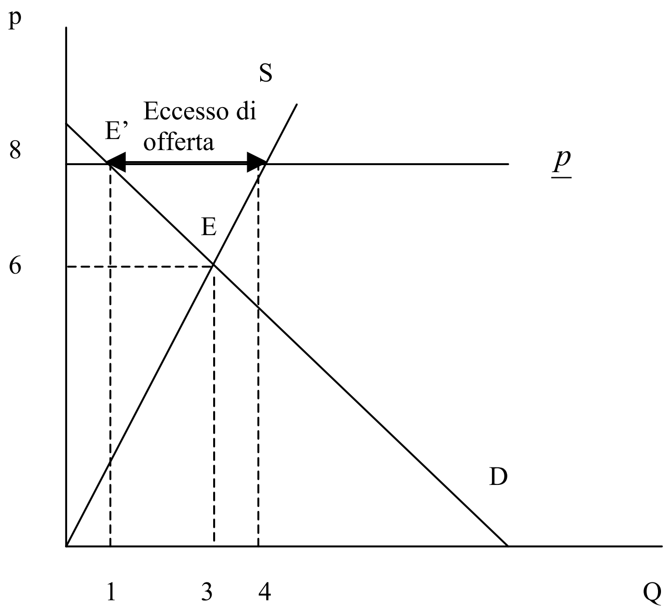
$$9 - p = \frac{1}{2} p$$

da cui si ottiene $p^* = 6$ e, per sostituzione, $Q^* = 3$.

b) La fissazione di un tetto di prezzo non è altro che l'imposizione di un livello di prezzo massimo oltre il quale non è consentito effettuare transazioni sul mercato.
In corrispondenza di un tetto di prezzo pari a $\overline{p} = 4$, la quantità che i consumatori sono disposti ad acquistare è pari a $Q_D(4) = 9 - 4 = 5$ mentre la quantità che i produttori sono disposti a vendere è pari a $Q_S(4) = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$. Sul mercato si verifica quindi un eccesso di domanda pari a 3. A seguito del tetto di prezzo, la quantità effettivamente scambiata sul mercato è pari a 2, poiché questa è la quantità massima che i produttori sono disposti a vendere a tale prezzo.
Rappresentiamo graficamente l'effetto del tetto di prezzo nella seguente figura (le curve di domanda e di offerta inversa sono rispettivamente $p_D = 9 - Q$ e $p_S = 2Q$):



b) La fissazione di un pavimento di prezzo consiste nell'imposizione di un prezzo minimo sotto il quale non è possibile effettuare scambi sul mercato in oggetto. In corrispondenza di un pavimento di prezzo pari a $\underline{p} = 8$, la quantità che i consumatori desiderano acquistare è $Q_D(8) = 1$, mentre la quantità che i produttori desiderano vendere è $Q_D(8) = 4$. Quindi la quantità effettivamente scambiata sul mercato è pari a 1 e sul mercato vi è un eccesso di offerta pari a 3.



ESERCIZIO 3: Elasticità

In un determinato mercato, la domanda e l'offerta inverse sono rappresentate rispettivamente dalle funzioni:

$$p_D = 80 - \frac{Q}{30}$$

$$p_S = \frac{Q}{20} + 5$$

a) determinare l'equilibrio di mercato;
b) calcolare l'elasticità della domanda e dell'offerta rispetto al prezzo nel punto di equilibrio;
c) calcolare l'elasticità della domanda rispetto al prezzo in corrispondenza del punto in cui il prezzo è pari a 30;
d) determinare le coordinate del punto in cui l'elasticità della domanda è pari a 1 (in valore assoluto).

Soluzione

a) Per determinare la quantità scambiata sul mercato in equilibrio, uguagliamo le curve di domanda e di offerta inverse:

$$80 - \frac{Q}{30} = \frac{Q}{20} + 5$$

Otteniamo quindi $Q^* = 900$ e, per sostituzione, $p^* = 50$.

b) Ricordiamo che l'elasticità della quantità domandata al prezzo è data dalla formula:

$$E_D = \frac{dQ_D}{dp}\frac{p}{Q_D}$$

dove $\frac{dQ_D}{dp}$ indica la derivata della quantità rispetto al prezzo, cioè la pendenza della curva di domanda (diretta).

Poiché la curva di domanda in oggetto è lineare, cioè ha pendenza costante, la derivata $\frac{dQ_D}{dp}$ è costante. La pendenza della curva di domanda inversa è: $\frac{dp}{dQ_D} = -\frac{1}{30}$. Quindi la pendenza della curva curva di domanda diretta è pari a $\frac{dQ_D}{dp} = -30$ (alternativamente, si può ricavare la curva di domanda diretta, che è pari a $Q_D = 2400 - 30p$ da cui si vede immediatamente che la derivata rispetto a p è pari a –30).

Il valore dell'elasticità della domanda al prezzo nel punto di equilibrio è quindi:

$$E_D(p^* = 50, Q^* = 900) = -30\frac{50}{900} = -\frac{5}{3} = -1,\overline{6}$$

Procediamo allo stesso modo per determinare l'elasticità della quantità offerta al prezzo nel punto di equilibrio. La pendenza della curva di offerta inversa è pari a $\frac{dp_S}{dQ} = \frac{1}{20}$, quindi la pendenza della curva di offerta diretta è $\frac{dQ_S}{dp} = 20$. L'elasticità della curva di offerta nel punto di equilibrio è quindi:

$$E_S(p^* = 50, Q^* = 900) = 20\frac{50}{900} = \frac{10}{9} \approx 1{,}1$$

c) Per calcolare l'elasticità della domanda nel punto in cui il prezzo è pari a 30, dobbiamo innanzitutto determinare la quantità corrispondente a tale prezzo sulla curva di domanda. Sostituendo $p = 30$ nell'equazione della curva di domanda diretta:

$$Q_D(30) = 2400 - 30 \cdot 30 = 1500$$

Quindi l'elasticità in tale punto è:

$$E_D(p = 30, Q = 1500) = -30\frac{30}{1500} = -\frac{3}{5} \approx -0{,}6$$

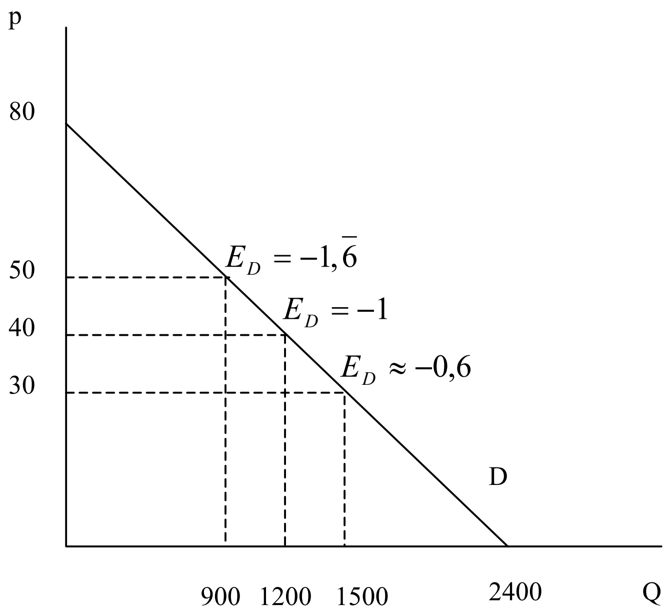
c) Per determinare le coordinate del punto in cui l'elasticità della domanda è pari a –1 imponiamo appunto che l'elasticità assuma tale valore (sappiamo già dal punto a) che la pendenza della curva di domanda è costante e pari a –30):

$$-30\frac{p}{Q} = -1$$

da cui $Q = 30p$. Sostituendo questa espressione nella curva di domanda diretta otteniamo

$$30p = 2400 - 30p$$

da cui $p = 40$ e per sostituzione $Q = 1200$. Abbiamo quindi detrminato le coordinate della curva di domanda in cui l'elasticità al prezzo è unitaria (in valore assoluto).
Al fine di vedere come varia l'elasticità puntuale lungo la curva di domanda, può essere utile rappresentare graficamente la curva di domanda e associare i valori dell'elasticità che abbiamo determinato ai vari punti della curva a cui corrispondono.



Dalla figura possiamo notare che l'elasticità è più elevata (in valore assoluto) nella parte alta della curva di domanda (fino ad arrivare a -∞ nell'intersezione con l'asse verticale), e decresce progressivamente man mano che ci si muove verso il basso lungo la curva di domanda (fino ad arrivare a zero nell'intersezione con l'asse orizzontale). Si noti che in presenza di una funzione lineare il punto di elasticità unitaria è esattamente il punto medio della porzione della curva di domanda che giace nel quadrante positivo.

ESERCIZIO 4: Funzioni non lineari

Si consideri un mercato in cui la domanda e l'offerta sono rappresentate dalle seguenti funzioni:

$$Q_D = \frac{40}{p}$$

$$Q_S = 10 - \frac{10}{p}$$

a) Si determini l'equilibrio di mercato;
b) Si calcolino l'elasticità della domanda e dell'offerta rispetto al prezzo nel punto di equilibrio;

Soluzione

a) Determiniamo innanzitutto la configurazione di equilibrio:

$$10 - \frac{10}{p} = \frac{40}{p}$$

Da cui si ottiene $p^* = 5$ e quindi $Q^* = 8$.

b) Ricordiamo che l'elasticità della quantità domandata al prezzo è data dalla formula:

$$E_D = \frac{dQ_D}{dp}\frac{p}{Q_D}$$

Calcoliamo quindi la pendenza della curva di domanda:

$$\frac{dQ_D}{dp} = -\frac{40}{p^2}$$

Si noti che, poiché la funzione di domanda non è lineare, la pendenza non è costante lungo la curva.
Quindi l'elasticità della domanda nel punto di equilibrio è pari a:

$$E_D(p^* = 5, Q^* = 8) = -\frac{40}{p^{*2}}\frac{p^*}{Q^*} = -\frac{40}{5 \cdot 8} = -1$$

L'elasticità della quantità offerta al prezzo è invece:

$$E_S = \frac{dQ_S}{dp}\frac{p}{Q_S}$$

Calcoliamo quindi la pendenza della curva di offerta:

$$\frac{dQ_S}{dp} = \frac{10}{p^2}$$

Come la funzione di domanda, anche la funzione di offerta non è lineare, quindi la pendenza non è costante lungo la curva.
Quindi l'elasticità dell'offerta nel punto di equilibrio è pari a:

$$E_S(p^* = 5, Q^* = 8) = \frac{10}{p^{*2}}\frac{p^*}{Q^*} = \frac{10}{5 \cdot 8} = \frac{1}{4}$$

ESERCIZIO 5: Interpolazione della curva di domanda

Si ipotizzi che la funzione di domanda di un certo bene sia lineare. Si è osservato che in corrispondenza di un prezzo pari a 5 la quantità domandata è pari a 30. Inoltre si stima che l'elasticità puntuale in corrispondenza di tale punto della curva di domanda sia pari al 40%.
Si determini l'equazione della curva di domanda di tale bene.

Soluzione

L'equazione della curva di domanda è:

$$Q_D = a - bp$$

dove a e b sono i parametri incogniti che dobbiamo determinare.

Il parametro b, cioè l'opposto della pendenza della curva, può essere ricavato dall'informazione che abbiamo sull'elasticità. In particolare, sappiamo che l'elasticità della domanda è pari in valore assoluto a 0,4, quindi sostituiamo questo valore e quelli di p e Q dati nella formula dell'elasticità (poiché si tratta di una funzione lineare, la sua pendenza sarà costante):

$$E_D = \frac{dQ_D}{dp}\frac{p}{q} = -0{,}4$$

$$-b\frac{5}{30} = -0{,}4$$

Da cui si ottiene $b = 2{,}4$.

Ora sostituiamo il valore di b, insieme a quelli di p e Q, nell'equazione della curva di domanda:

$$30 = a - 2{,}4 \cdot 5$$

dalla quale si ottiene $a = 42$.

Una volta determinati i valori di entrambi i parametri a e b, possiamo quindi scrivere l'equazione della curva domanda come:

$$Q_D = 42 - 2{,}4p$$