

Esponenziali negative by fabriziomax:

Stabilito che la radice quadrata è l'operazione inversa rispetto all'elevamento a potenza.

Se $\text{radq}(2) \cdot \text{radq}(2) = 2$ (ovvero che radice quadrata di due al quadrato è = 2),

risolvendo $(2^{1/2})^2$ (ovvero due alla 1/2 al quadrato),

per le proprietà delle potenze abbiamo una potenza di potenze e moltiplicando gli esponenti:

$$(2^{1/2})^2 = 2^{1/2 \cdot 2} = 2,$$

esattamente come radice quadrata di 2 al quadrato!

Cerchiamo di comprendere perché $a^{-n} = 1/(a^n)$:

Ha un senso moltiplicare un numero reale a per "-1 volte con se stesso"? Può sembrare strano, ma se proviamo a inserire $m = 1$ e $n = -1$ nella $[a^{(m+n)} = a^{(m)} \cdot a^{(n)}]$ (1) otteniamo $a^{(0)} = a^{(1)} \cdot a^{(-1)}$. Proviamo a porre $m = 1$ e $n = 0$ nella regola (1). Otteniamo $a^{(1)} = a^{(1)} \cdot a^{(0)}$. D'altra parte sappiamo che $a^{(1)} = a$. Quindi a è uguale ad a moltiplicato con $a^{(0)}$. Ciò significa che, se vogliamo dare un senso a $a^{(0)}$, dobbiamo porre $a^{(0)} = 1$. Possiamo pensare che a "è stato moltiplicato per zero volte con se stesso". Riguardiamo l'enunciato $a^{(0)} = a^{(1)} \cdot a^{(-1)}$. Segue $a^{(1)} \cdot a^{(-1)} = 1$. Quindi, se gli esponenti negativi hanno un senso, avremo che $a^{(-1)}$ è il **reciproco** di $a^{(1)} = 1/a^{(1)}$. Ora, se usiamo ancora una volta la regola (1) ponendo $n = -m$, dove m è un numero naturale arbitrario (quindi n è negativo) otteniamo $a^{(0)} = a^{(m)} \cdot a^{(-m)}$, da cui si ricava che $a^{(-m)}$ è il **reciproco** di $a^{(m)}$ ossia $a^{(-m)} = 1/a^{(m)}$, **che è valida anche quando gli esponenti m e n sono numeri interi arbitrari.**