

MOTO UNIFORME E ACCELERATO BY FABRIZIOMAX

In generale è verosimilmente difficile che nella realtà si coprano distanze uguali in tempi uguali come avviene nel moto uniforme. Più comunemente il corpo può aumentare o diminuire la sua velocità. Se quindi la velocità cambia al trascorrere del tempo, il moto si definisce vario. A questo tipo di moto è strettamente legato il concetto di accelerazione, che rappresenta la rapidità con cui varia la velocità di un punto mobile o di un corpo fisico in movimento. Si definisce accelerazione media il rapporto tra la variazione della velocità e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta la variazione

$$\Delta v / \Delta t = a_m$$

Quindi la dimensione fisica dell'accelerazione sarà:

$$[a] = [l] / [t][t]$$

Da qui si deduce la sua unità di misura che è m/s²

1) Le grandezze fisiche e le unità di misura NON SONO la stessa cosa: la grandezza lunghezza può avere come unità di misura il metro, il piede (come in Gran Bretagna) il miglio marino, il tavolo della casa dei nonni se ti interessa solo una stima molto grezza e così via...

2) Le grandezze fisiche FONDAMENTALI sono LUNGHEZZA, MASSA, TEMPO, CORRENTE ELETTRICA.

Questo vuol dire che tutte le altre grandezze fisiche (velocità, accelerazione, campo magnetico, ecc ecc) si possono scrivere in termini di queste grandezze fondamentali.

3) Supponiamo di essere scienziati e di non voler misurare il mondo in tavoli della nonna ma in metri...) per decidere di usare le stesse unità di misura (è per questo che esiste il sistema internazionale di misura) allora possiamo rappresentare queste grandezze LUNGHEZZA MASSA TEMPO CORRENTE ELETTRICA con le rispettive unità di misura internazionali che sono M K S A cioè metro, kilo, secondo, ampere SAPENDO PERO' che dire lunghezza e dire metro non è la stessa cosa!!

4) vediamo adesso cosa vuol dire fatta questa premessa.

Cos'è una velocità? spazio/tempo cioè spazio percorso ds nel tempo dt. (che per essere proprio corretti sono intervalli piccoli piccoli piccoli... al limite "infinitesimi".

Quindi per una velocità le sue dimensioni fondamentali sono lunghezza/tempo e la sua unità di misura nel sistema che abbiamo deciso di adottare internazionalmente m/s.

Cos'è l'accelerazione?

E' una grandezza che quantifica quanto rapidamente cambia la velocità nel tempo giusto? **Quindi in prima battuta velocità/tempo.**

Però la velocità NON è una grandezza fondamentale giusto? cos'è la velocità? spazio/tempo

Allora l'accelerazione sarà

$$\text{velocità/tempo} = (\text{spazio/tempo})/\text{tempo} = \text{spazio}/(\text{tempo}^2)$$

Che tradotto in unità di misura diventa:

$$\text{Velocità/tempo} \rightarrow (m/s)/s = m/(s^2)$$

Se pensiamo che (m/s)/s si legge (METRI AL SECONDO)AL SECONDO cioè metri al secondo OGNI secondo.

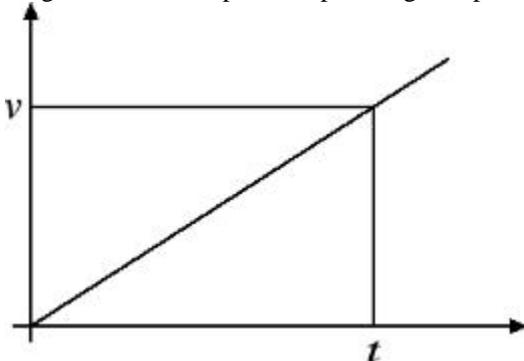
Accelerazione di $9,81 \text{ m}/(\text{s}^2)$ vuol dire in parole: la velocità del corpo sottoposto a questa accelerazione cambia di $9,81 \text{ m}/\text{s}$ OGNI secondo che passa.

Sulla base di queste considerazioni si può introdurre il moto rettilineo uniformemente accelerato. Esso è il moto di un punto la cui velocità aumenta proporzionalmente all'intervallo di tempo trascorso o, in modo equivalente, si sposta con accelerazione costante. La formula che esprime la velocità in funzione del tempo è:

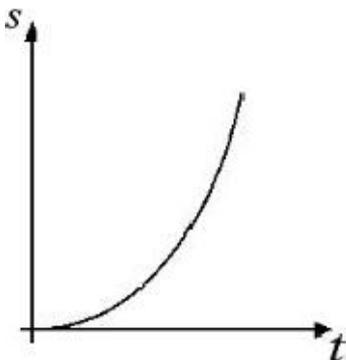
Moto rettilineo uniformemente accelerato

Un altro esempio molto importante di moto è il **moto rettilineo uniformemente accelerato**, caratterizzato da una **traiettoria rettilinea** e da un'**accelerazione costante**. Questo significa che in un moto rettilineo uniformemente accelerato l'accelerazione a non varia nel tempo. Se ora ci ricordiamo com'è definita l'**accelerazione**, $a = (v - v_0) / (t - t_0)$, possiamo dire che in un moto rettilineo uniformemente accelerato il rapporto tra la variazione di velocità $v - v_0$ e l'intervallo di tempo $t - t_0$ è uguale a una costante. Questo vuol dire che la variazione di velocità e l'intervallo di tempo in cui tale variazione avviene sono **direttamente proporzionali**: $v - v_0 = a \cdot (t - t_0)$.

Come caso particolare, supponiamo di far partire il cronometro all'istante $t_0 = 0$ e che in quell'istante il corpo risulti fermo $v_0 = 0$. In questo caso la velocità istantanea del corpo v e il tempo t risultano direttamente proporzionali: $v = a \cdot t$ e il grafico è la retta passante per l'origine riportata in figura:



Evidentemente all'aumentare dell'accelerazione del corpo, aumenterà anche la pendenza del grafico velocità-tempo. Andiamo ora a ricavarci la **legge oraria** del moto rettilineo uniformemente accelerato. Come abbiamo detto nella precedente sezione lo spazio s percorso dal corpo è dato dall'area del triangolo che ha per base il tempo t e per altezza la velocità v raggiunta dal corpo all'istante t . Sostituendo ora la formula $v = a \cdot t$, nella legge oraria del moto uniformemente accelerato otteniamo che $s = 1/2 \cdot v \cdot t = 1/2 \cdot a \cdot t^2$. Se nel moto rettilineo uniforme lo spazio percorso è direttamente proporzionale al tempo t , nel moto rettilineo uniformemente accelerato lo spazio è direttamente proporzionale al quadrato del tempo:



Ad esempio, se l'accelerazione costante è uguale a $2 \text{ m} / \text{s}^2$ abbiamo che la legge oraria diventa $s = t^2$, rappresentata nella seguente tabella:

t (s)	0	1	2	3	4
s (m)	0	1	4	9	16

Riprendiamo ancora il Moto Rettilineo Uniformemente Accelerato (MRUA)

Si definisce MRUA il moto di un corpo che si muove con traiettoria rettilinea con accelerazione vettoriale costante. Nel MRUA la velocità varia in modo proporzionale al tempo che passa. Per definizione di accelerazione abbiamo che:

$$a = \Delta v / \Delta t \quad (1)$$

La formula (1) vale sempre, indipendentemente dal tipo di moto che abbiamo.

Nel caso di MRUA, essendo per definizione l'accelerazione costante, risulta che Δv e Δt sono due grandezze direttamente proporzionali (ricordiamo che due grandezze sono direttamente proporzionali se il loro rapporto è costante).

Poiché abbiamo:

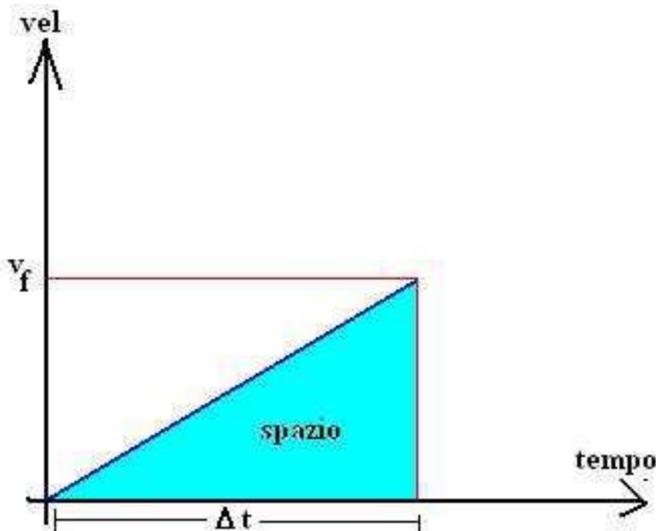
$$\Delta v = V(f) \text{ velocità finale} - V(i) \text{ velocità iniziale}$$

$$\Delta t = T(f) \text{ tempo finale} - T(i) \text{ tempo iniziale.}$$

possiamo calcolare la velocità finale per effetto di un'accelerazione mantenuta per un certo tempo Δt in questo modo:

$$V(f) = V(i) + a \cdot \Delta t;$$

Adesso dobbiamo prestare molta attenzione per determinare la relazione che descrive lo spazio percorso in funzione del tempo nel MRUA. Per fare ciò utilizziamo un diagramma particolare, che ha il tempo come asse delle ascisse e la velocità come asse delle ordinate. Risolviamo il nostro problema "trasferendolo" ad un problema di natura geometrica di più facile soluzione. Iniziamo dicendo che, come succedeva nel caso del MRU, in un diagramma tempo-velocità (e solo in questo!) lo spazio percorso è dato dall'area che sta sotto il grafico. Iniziamo dunque dalla situazione più semplice, cioè quella descritta dalla (3); il corpo parte da fermo e subisce un'accelerazione per un tempo Δt . Mostriamo la situazione con un grafico:



La linea blu indica la velocità che aumenta linearmente (cioè in modo proporzionale) rispetto al tempo Δt , che è anche il tempo per cui viene mantenuta l'accelerazione costante. L'area sotto il grafico, che nel nostro caso rappresenta l'area di un triangolo rettangolo, come già detto precedentemente, rappresenta lo spazio percorso durante il moto accelerato. In formule abbiamo

$$\text{Area} = S = 1/2 \cdot (V(f) \cdot \Delta t) \quad (4)$$

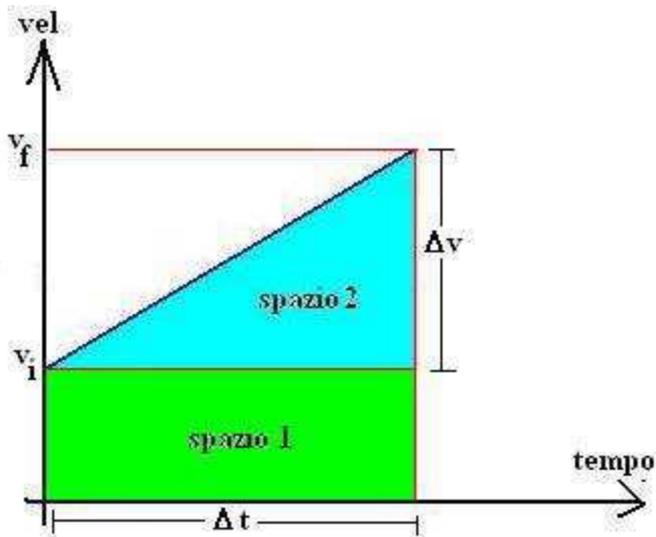
Se ora inseriamo la (3) nella (4), al posto della velocità finale, otteniamo:

$$S = 1/2 \cdot a \cdot \Delta t^2; \quad (5)$$

La (5) esprime la legge oraria del MRUA.

Cosa succede se nel momento in cui il corpo inizia ad accelerare costantemente esso ha già una velocità iniziale v_i non nulla?

La situazione è descritta nel seguente grafico:



In questo caso lo spazio totale è formato dalla somma di due aree: quella di un rettangolo (in verde) e quella di un triangolo ad esso sovrapposto (in celeste).

Dalla geometria risulta che:

$$\text{spazio1} = v_i \cdot \Delta t$$

e

$$\text{spazio2} = \frac{1}{2} \cdot \Delta v \cdot \Delta t$$

Pertanto lo spazio totale percorso sarà pari alla somma di queste due aree:

$$s_{\text{tot}} = v_i \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \Delta v \cdot \Delta t \quad (6)$$

Come abbiamo fatto in precedenza, possiamo far comparire nella (6) l'accelerazione ottenendo:

$$s_{\text{tot}} = v_i \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \Delta t^2. \quad (7)$$

La (7) prende il nome di legge oraria generalizzata del MRUA.

Supponiamo che ora il nostro moto sia decelerato, cioè che la velocità diminuisce proporzionalmente al tempo. In questo caso abbiamo una accelerazione negativa ($a < 0$).

$$s_{\text{tot}} = v_i \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot |a| \cdot \Delta t^2.$$