Varianza e deviazione standard

Varianza campionaria (s_X^2):
Chiamiamo *varianza campionaria* (indicata con s_X^2) di una variabile aleatoria X, calcolata su un campione di N elementi, la media degli scostamenti quadratici dal valor medio dei valori osservati di X:

$$s_X^2 = \frac{1}{N} \sum_{i \in \{1,\ldots,N\}} (x^{(i)} - \overline{X})^2$$

dove $\overline{X}$ è la media campionaria.
Esempio: Si consideri il seguente campione di 10 osservazioni dell'esito del lancio di un dado: 1,3,5,4,5,2,1,1,3,2.
La media campionaria è $\overline{X} = 2.7$.
La varianza calcolata sul campione è:

$$\begin{aligned} s_X^2 &= \frac{1}{10}((1-2.7)^2 + (3-2.7)^2 + (5-2.7)^2 + (4-2.7)^2 + (5-2.7)^2 \\ &\quad +(2-2.7)^2 + (1-2.7)^2 + (1-2.7)^2 + (3-2.7)^2 + (2-2.7)^2) \\ &= \frac{1}{10}(2.89 + 0.09 + 5.29 + 1.69 + 5.29 + 0.49 + 2.89 + 2.89 + 0.09 + 0.49) \\ &= 22.1/10 = 2.21 \end{aligned}$$

Varianza (σ_X^2):
Chiamiamo *varianza* (indicata con σ_X^2) di una variabile aleatoria X la varianza calcolata sulla popolazione parente, che rappresenta lo scarto quadratico medio degli esiti dell'esperimento aleatorio dal loro valore atteso.

$$\sigma_X^2 = \sum_{x_j \in \mathcal{X}} (x_j - \mu_X)^2 p(x_j)$$

Esempio: Per il lancio di un dado, essendo gli eventi elementari equiprobabili con probabilità 1/6 e il valore atteso $\mu_X = 3.5$, risulta:

$$\begin{aligned} \sigma_X^2 &= \frac{(1-3.5)^2}{6} + \frac{(2-3.5)^2}{6} + \frac{(3-3.5)^2}{6} + \frac{(4-3.5)^2}{6} + \frac{(5-3.5)^2}{6} + \frac{(6-3.5)^2}{6} \\ &= \frac{1}{6}(6.25 + 2.25 + 0.25 + 0.25 + 2.25 + 6.25) = \frac{17.5}{6} = 2.92 \end{aligned}$$

Varianza campionaria come stima della varianza:
La varianza campionaria s_X^2 fornisce una stima della varianza della popolazione parente σ_X^2.

Deviazione standard:
La *deviazione standard* di una variabile aleatoria X (indicata con s_X se calcolata su un campione e con σ_X se riferita alla popolazione parente) è la radice quadrata della varianza di X.