

L'algorithmo di Ruffini by fabriziomax:

Consideriamo un polinomio $P(x)$ di grado n , se riusciamo ad applicare la regola di Ruffini, otterremo una scomposizione in fattori di $P(x)$: $P(x)=Q(x)R(x)$ dove $Q(x)$ e $R(x)$ sono polinomi di grado, rispettivamente, 1 e $n-1$. La morale è questa: se avete un polinomio di grado abbastanza alto, (da 3 in su), e dovete scomporlo, Ruffini vi darà un metodo per farlo abbastanza in fretta e facilmente. $X^3+2x-3=0$

	coeff. del termine di grado massimo (3)	coeff. del termine di grado 2	coeff. del termine di grado 1	coeff. del termine di grado 0, termine noto
	1	0	2	-3
radice del polinomio → 1	1	1·1=1	1·1=1	1·3=3
	1	0+1=1	2+1=3	3-3=0

il resto deve essere 0!

Come si passa dalla tabella alla scomposizione del polinomio $P(x)=Q(x)R(x)$? Semplice: il polinomio di grado 1 sarà $Q(x)=(x-1)$ ovvero $(x - \text{la radice che abbiamo trovato})$, mentre quello di grado $n-1$, nel nostro esempio $3-1=2$ ha come coefficienti proprio i numeri che compaiono nell'ultima riga della tabella: 1,1,3. Sappiamo che $R(x)$ ha grado 2, quindi non può essere che $R(x): X^2+x+3$, ossia:

$$P(x)=Q(x)R(x)=(x-1)(x^2+x+3)$$

$$X^4-2x^3-8x+16=0$$

	coeff. di x^4	coeff. di x^3	coeff. di x^2	coeff. di x	termine noto
	1	-2	0	-8	16
soluzione particolare → 2	2	2	0	0	-16
	1	0	0	-8	0

riscriviamo il coefficiente di x^4 → $-2+2$
 $0+2(0)=0+0$
 $-8+2(0)=-8+0$
 il resto deve essere zero!

Otteniamo $R(x): 1*x^3+0*x^2+0*x-8=x^3-8$. Inoltre essendo $Q(x)=(3-1=2, \text{ da cui } =X-2)$

Che possiamo scrivere come: $P(x)=Q(x)R(x)=(x-2)*(x^3-8)$...è ora possibile applicare ulteriormente Ruffini per scomporre X^3-8 .

L'algoritmo di Cramer by fabriziomax:

Come metodo per la risoluzione dei sistemi lineari introduciamo il metodo di Cramer:

$$a'x + b'y = c'$$

$$a''x + b''y = c''$$

Si scrivano i relativi coefficienti nella seguente matrice: $\begin{vmatrix} a' & b' \\ a'' & b'' \end{vmatrix}$ e si calcoli il relativo determinante (D) dato da:

$$D = a'b'' - a''b';$$

A questo punto, se il numero ottenuto è uguale a zero dobbiamo fermarci. Il metodo di Cramer non si può applicare ed il sistema sarà indeterminato o impossibile. Se invece calcoleremo il determinante dell'incognita x, che indichiamo con Dx ottenuto sostituendo i coefficienti della x con i termini noti delle equazioni del sistema e infine, allo stesso modo, calcoleremo il determinante dell'incognita y:

$$D_x = \begin{vmatrix} c' & b' \\ c'' & b'' \end{vmatrix} \text{ ossia: } (c' \cdot b'') - (c'' \cdot b') \quad \text{e} \quad D_y = \begin{vmatrix} a' & c' \\ a'' & c'' \end{vmatrix} \text{ ossia: } (a' \cdot c'') - (a'' \cdot c')$$

Vediamo un esempio:

$$2x - y = 4 \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 \end{vmatrix}$$

$x + 3y = 9$, allora la nostra matrice sarà: $\begin{vmatrix} 1 & 3 \end{vmatrix}$ Con determinante(D) = $2 \cdot (-1) - (-1) = 7$ diverso da 0.

Pertanto il sistema è determinato, ammette cioè un'unica soluzione che possiamo determinare con Cramer. Procediamo quindi col trovare il determinante dell'incognita x sostituendo al posto dei suoi coefficienti (in rosso) i termini noti:

$$D_y = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 9 \end{vmatrix} = 18 - 4 = 14 \quad \text{e} \quad D_x = \begin{vmatrix} 4 & -1 \\ 9 & 3 \end{vmatrix} = 12 + 9 = 21 \quad \text{Da cui:}$$

$$y = D_y / D = 14 / 7 = 2 \quad \text{e} \quad x = D_x / D = 21 / 7 = 3$$

Definizione di limite infinito per una funzione in un punto by fabriziomax:

Considerata la $f(x) = 1/(x-1)$, definita per ogni valore della x diverso da 1.

Questa $f(x)$ per $x < 1$ assume valori negativi, mentre per $x > 1$ assume valori positivi. Pertanto se consideriamo questi valori in valore assoluto, allora è facile vedere che essi diventano sempre più grandi, man mano che alla x attribuiamo valori che vanno sempre più avvicinandosi ad 1.

In modo preciso: detto M un numero positivo grande a nostro piacere, consideriamo la disequazione:

$$\frac{1}{|x-1|} > M, \text{ che per } x \text{ diverso da } 1, \text{ equivale alla: } M \cdot |x-1| < 1, \text{ ossia alla } |x-1| < 1/M \text{ che ci porta alla:}$$
$$|x-1|$$

a) $x-1 < 1/M$, ossia estrapolando (x) alla: $x < 1+1/M$

b) $-(x-1) < 1/M$, ossia: $-x+1 < 1/M$ e ancora alla: $-x < -1+1/M$ e quindi alla: $x > 1-1/M$

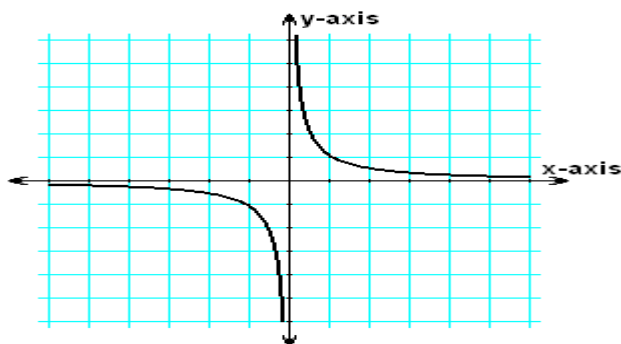
Combinando (a) e (b), otterremo: $1-1/M < x < 1+1/M$, ossia un intorno di x, detto H, per cui:

abbiamo dimostrato che, fissato un numero $M > 0$, grande a piacere, esiste in corrispondenza a tale numero un intorno completo H del numero 1, di estremi $(1-1/M)$ e $(1+1/M)$, tale che in tutti i punti interni di questo intorno, escluso il numero 1, i valori che assume la funzione $f(x) = 1/(x-1)$ risultano, in valore assoluto, tutti maggiori di M. Questo significa, in forma breve, che per x tendente ad 1 la funzione $f(x) = 1/(x-1)$ ammette limite e che questo limite vale l'infinito e si scrive come:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1/(x-1) = +/\infty$$

Graficamente:

$x \rightarrow 1$



Analogamente si dimostra che:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1/(x-1)^2 = +\infty$$

$$\text{e} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1/(x-1)^2 = -\infty$$

$x \rightarrow 1$

$x \rightarrow 1$

Possiamo allora dare finalmente la seguente definizione:

Si dice che per x tendente a c la funzione f(x) ha per limite l'infinito, e si scrive:

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \infty$$

$x \rightarrow c$

quando, in corrispondenza ad un numero positivo M, fissato a piacere, esiste un intorno completo H del punto c tale che per ogni x elemento di H, escluso c, risulta:

$$|f(x)| > M,$$

cioè la f(x) assume valori, in valore assoluto, più grandi di M.

Per $x \rightarrow 1$ si dice che $\lim f(x) = +\infty$; se invece vale sempre la: $f(x) > M$.

Per $x \rightarrow 1$ si dice che $\lim f(x) = -\infty$; se invece vale sempre la: $f(x) < -M$.

Vediamo un esempio con l'aiuto di excel by fabriziomax: $y = (x^3 - 6x^2 + 15x - 14)/(x - 2)$ per $\lim x \rightarrow 2$:

		3		2		1		0
y1	1	x	-6	x	15	x	-14	x
y2	0	x	0	x	1	x	-2	x
	Intorno sinistro				Intorno destro			
	x		y		x		y	
	0,01		6,9601		3,99		6,9601	
0,1	0,11		6,5721	3,89	3,89		6,5721	
0,2	0,21		6,2041	3,79	3,79		6,2041	
0,3	0,31		5,8561	3,69	3,69		5,8561	
0,4	0,41		5,5281	3,59	3,59		5,5281	
0,5	0,51		5,2201	3,49	3,49		5,2201	
0,6	0,61		4,9321	3,39	3,39		4,9321	
0,7	0,71		4,6641	3,29	3,29		4,6641	
0,8	0,81		4,4161	3,19	3,19		4,4161	
0,9	0,91		4,1881	3,09	3,09		4,1881	
1	1,01		3,9801	2,99	2,99		3,9801	
1,1	1,11		3,7921	2,89	2,89		3,7921	
1,2	1,21		3,6241	2,79	2,79		3,6241	
1,3	1,31		3,4761	2,69	2,69		3,4761	
1,4	1,41		3,3481	2,59	2,59		3,3481	
1,5	1,51		3,2401	2,49	2,49		3,2401	
1,6	1,61		3,1521	2,39	2,39		3,1521	
1,7	1,71		3,0841	2,29	2,29		3,0841	
1,8	1,81		3,0361	2,19	2,19		3,0361	
1,9	1,91		3,0081	2,09	2,09		3,0081	
2				1,99				

C.e. per x diverso da: 2

Intorno di 2 0,01
H o delta: 1,99 3,99

Per limite di x --> 2
Foma indeterminata: 0
0

Valore del limite: 3