Funzioni Logaritmiche
by Fabrizio max

$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$ o $b = a^x$

$\log_\varepsilon b = x \Rightarrow \varepsilon^x = b$ o $b = \varepsilon^x$

$\ln b = x \Rightarrow \varepsilon^x = b$ o $b = \varepsilon^x$

$y = \ln(x) \Rightarrow \boxed{\varepsilon^y = x}$ o $\boxed{x = \varepsilon^y} \to (1)$

$\ln(x) = 0 \Rightarrow \underbrace{\varepsilon^0 = x}_{x=1}$ o $\underbrace{\boxed{x = \varepsilon^0}}_{x=1} \to (2)$

$\left\{\begin{array}{l} \ln(x) = y \\ \ln(x) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x > \varepsilon^0 \Rightarrow \underline{\underline{x > 1}}$

($\ln \to 2{,}7 \to (a)$; $x \to b$; $0 \to (x)$)

Ancora più tecnicamente: $0 < \ln(x)$, poiché $\ln(x)$ deve sempre essere per $x > 0$, ossia $\neq 0 \Rightarrow$

$\varepsilon^0 < x \Rightarrow 1 < x \Rightarrow -x < -1 \Rightarrow \underline{\underline{x > 1}}$

Verifichiamo anche che:

Da $\varepsilon^y = x$ si torna alla forma: $y = \ln(x)$

Moltiplicando ambo i membri x $\ln \varepsilon$ ottengo (a: $\log_\varepsilon \varepsilon$) $\Rightarrow$

$\boxed{\ln \varepsilon} \cdot y = \ln_\varepsilon x \Rightarrow 1 \cdot y = \ln(x) \Rightarrow y = \ln(x)$

$\boxed{\varepsilon^x = \varepsilon \Rightarrow x = 1}$

Esercizio: $y = \ln \sqrt{\frac{x^2}{x+3}}$ $\Rightarrow$ per lo studio del segno $f(x) > 0 \Rightarrow \ln \underbrace{\sqrt{\frac{x^2}{x+3}}}_{b} > 0$

($y \to (x)$; $\ln \to \varepsilon \to (a)$; $\sqrt{\frac{x^2}{x+3}} \to (b)$; $f(x)$)

Dalla (2), otteniamo, avendo posto $t = \sqrt{\frac{x^2}{x+3}}$

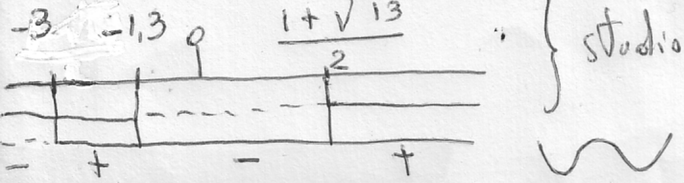
$t > \varepsilon^0 \Rightarrow t > 1 \Rightarrow$ e sostituendo $\Rightarrow \left(\sqrt{\frac{x^2}{x+3}}\right) > (1)^2 \Rightarrow$

$\frac{x^2}{x+3} > 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x+3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{x^2 - x - 3}{x+3} > 0$

$N = x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+12}}{2}$ $\to \frac{1+\sqrt{13}}{2} = 2{,}3$; $\to \frac{1-\sqrt{13}}{2} = -1{,}3$

Equazione fratta > 0 per cui cerco sia segno (+) che il (−): $D \Rightarrow x > -3$

$\left\{\begin{array}{l} \Delta > 0 \\ a > 0 \\ Eq > 0 \end{array}\right\}$ valori esterni all'intervallo



studio del segno!

(andamento)