« RAPPORTI TRA LOGARITMICHE ED ESPONENZIALI »

$\varepsilon^x = 0 \Rightarrow -\infty$ f. indeterminato – Studio del segno

1) Se esponenziale il grafico non può essere con $y < 0$ ⇒ sempre (+).

ossia la $f(x)$ si sviluppa al di sopra dell'asse (x) per qualunque (x) reale.

Sapendo che $5 = \varepsilon^{\ln 5}$ $\left\{ \log_a b = c \rightarrow a^c = b \right.$ $\ln 1 = 0 \Rightarrow 0 = \ln 1$

$x = \boxed{\varepsilon^{\ln x}}$ (1)

$n = 2{,}7182818284$ numero irrazionale (Nepero/Eulero) $\varepsilon^x \Rightarrow 1 \Rightarrow 2{,}71828$

$\log = f^{-1}(a^x)$ e $\ln = f^{-1}(\varepsilon^x)$.

$$\varepsilon = \lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

$$\varepsilon = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \dots \frac{1}{n!}$$

fattoriale = prodotto di tutti i numeri naturali (escluso lo zero) minori o uguali a tale numero.

(2)
$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon^{\ln x} = x \\ a^c = b \\ \log_a b = c \\ \log_\varepsilon x = \ln x \\ \ln x = \ln x \\ \equiv a \quad x = x \end{array} \right.$$

Dimostriamo ora che scrivere $x = \varepsilon^{\ln x}$ è la stessa cosa di $x = x$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \varepsilon^{\ln x} \\ \varepsilon^{\ln x} = x \\ a^c = b \Rightarrow \log_a b = c \Rightarrow \underbrace{\log_\varepsilon}_{\ln} x = \ln x \Rightarrow \ln x = \ln x \Rightarrow \end{array} \right.$$

⇒ $x = x$, come volevasi dimostrare

(3) Ovviamente, la relazione $x = \varepsilon^{\ln(x)}$, vale solo se $x > 0$ ossia per $\left\{ \begin{array}{l} x \neq 0 \\ x > 0 \end{array} \right.$

$\{x = 1, 2, 3, \dots, n-1, n\}$.

Dimostriamo ora che scrivere $\ln(\overbrace{x+1}^{b}) = \ln \overbrace{1}^{b}$, equivale a scrivere
$\ln(x+1) = 0$ (con $a = \varepsilon$, $b = x+1$, $c = 0 \Rightarrow \varepsilon$ base a)

$a^c = b \Rightarrow \varepsilon^0 = x+1 \Rightarrow 1 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$; Risolvendo in forma esponenziale il 1° membro dell'equazione si ottiene:

Posto $c = x$ in $a^c = b \Rightarrow a^x = b$, avremo: $\varepsilon^x = (x+1)$ e $\varepsilon^0 = 1 \Rightarrow$

$\underset{(a^c = b)}{\varepsilon^x = x+1}$ e $\underset{(a^c = b)}{\varepsilon^0 = 1}$ Possiamo quindi scrivere (stessa base) ⇒

$x + 1 = 1 \Rightarrow x = 1 - 1 = 0$

(1)