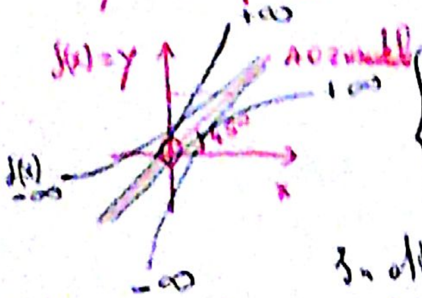
« Asintoto obliquo »

$y = mx + q \Rightarrow -mx = -y + q \Rightarrow mx = y - q \Rightarrow m = \frac{y}{x} - \frac{q}{x}$



{N.B. se c'è l'asintoto obliquo non c'è quello orizzontale e viceversa!} ⇒ La condizione x avere un asintoto obliquo è che $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$ (*)

In altre parole si ha A. obliquo quando la f(x) andando verso ∞ si avvicina ad una retta obliqua ⇒ Dimostrazione:

Partendo dalla definizione di forma implicita di una retta (vi ricordo che un asintoto è sempre una retta sia esso verticale, orizzontale o obliquo) ⇒

$ax + by + c = 0 \Rightarrow by = -c - ax \Rightarrow y = -\frac{c}{b} - \frac{a}{b}x \Rightarrow y = \underbrace{\boxed{-\frac{a}{b}}}_{m} x \underbrace{\boxed{-\frac{c}{b}}}_{q}$

$m = \frac{-a}{b}$ e $q = -\frac{c}{b}$; pertanto la forma esplicita di una retta è:

« $y = mx + q$ »

Posso subito trovare q ⇒ $mx + q = y \Rightarrow q = y - mx \Rightarrow q = f(x) - mx \Rightarrow$ applicando il concetto di limite(*): $q = \lim_{x\to\pm\infty}\left(f(x) - mx\right)$

posso ora a trovare m ⇒ $mx + q = y \Rightarrow mx = y - q \Rightarrow m = \frac{\overset{f(x)}{y}}{x} - \frac{q}{x} \Rightarrow$ applicando il concetto di limite(*): $m = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} - \frac{q}{x} = \lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x} - \underbrace{\lim_{x\to\pm\infty}\frac{(q)}{x}}_{\phi} =$

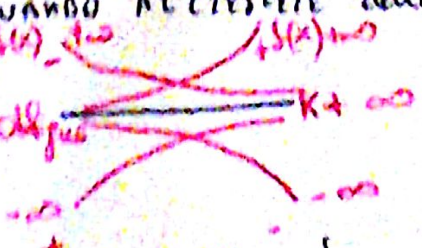
$= \lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}$; Si poteva ottenere allo stesso risultato anche calcolando che la retta che passa per l'origine ha equazione $y = mx \Rightarrow mx = y \Rightarrow mx = f(x) \Rightarrow$

$m = \frac{f(x)}{x} \Rightarrow m = \lim_{x\to\pm\infty} f(x)/x$ –

Pertanto il nostro A.O. sarà dato da ⇒ $y = \overbrace{\lim_{x\to\infty}\left(\frac{f(x)}{x}\right)}^{m} \cdot x + \overbrace{\lim_{x\to\infty}\left(f(x) - mx\right)}^{q}$ –

« Asintoto orizzontale »

Si ha un asintoto orizzontale quando al crescere della x la y si avvicina ad un valore ben determinato (≠ x) ⇒ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = K$ (costante) –



Conoscendo la funzione, ad esempio $y = \frac{5+x}{x-1}$, non dobbiamo fare altro che andare a risolvere la seguente: $\lim_{x\to\infty}\frac{5+x}{x-1}$ ⇒ e trovare il relativo punto di discontinuità di II specie ⇒

$\lim_{x\to\infty}\frac{x(5/x + x/x)}{x(\underbrace{x/x}_{\to 1} - \underbrace{1/x}_{\to 0})} = \frac{x(1)}{x(1)} = 1 \Rightarrow$ A. orizzontale ⇒ $y = 1$