PAG. 615 n° 703 Tanichelli M. Bergamini

N.B. IL VERSO DELLA DISEQUAZIONE CAMBIA SE la base del logaritmo è $< e > 1$ (segue > 0)

1) Regola di cambiamento delle basi dei logaritmi:

$\log_a b = x \Rightarrow a^x = b$; moltiplico la (2) $\cdot \log_\beta \Rightarrow$ <<Fabbrichiamo coglioni>> <<tutto sui logaritmi>>

(1) (2)

$\log_\beta a^x = \log_\beta b \Rightarrow x \log_\beta a = \log_\beta b \Rightarrow x = \dfrac{\log_\beta b}{\log_\beta a}$

dove sostituendo la (1) $\Rightarrow \log_a b = \dfrac{\log_\beta b}{\log_\beta a}$

Esempio: $\log_2(x+1) = \log_4(2x+5)$

Conviene sempre operare sulle basi maggiori $\Rightarrow \log_{\frac{4}{2}}\underbrace{(2x+5)}_{b} = \dfrac{\log_2(2x+5)}{\log_{\frac{4}{2}}\frac{4}{2}} = \dfrac{\log_2(2x+5)}{2}$

$a^x = b \Rightarrow 2^x = 4$, $x = 2$

2) Metodo della funzione inversa (es. n° 500):

$\log_{\frac{2}{b}}\underbrace{\frac{x}{b}}_{a} = \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \quad \left\{\varepsilon^{\log \varepsilon} = 1\right\}$

$a^x = b$, con $x = \log_2 x \Rightarrow 2^{\log_2 x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)} \Rightarrow$

$x = 2x-1 \Rightarrow x - 2x = -1 \Rightarrow \underline{\underline{x = 1}}$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(16-3x^2) < -2$ (in primis, poiché $\frac{1}{\sqrt{7}} < 1$, inverto di segno la disequazione) $\Rightarrow$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(16-3x^2) > -2$ (applico il metodo della f^{-1}) $\Rightarrow$

$\left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{\log_{\frac{1}{\sqrt{7}}}(16-3x^2)} > \left(\frac{1}{\sqrt{7}}\right)^{-2} \Rightarrow 16-3x^2 > 7 \Rightarrow -3x^2 > -9 \Rightarrow x < \pm 1$

3) Metodo per sostituzione

$\ln^2(x^2) \leq 1 \Rightarrow \ln x^2 = t \Rightarrow \sqrt{t^2} \leq \sqrt{1} \Rightarrow t \leq \pm 1$ $\Rightarrow -1 \leq t \leq 1$

$-1 \leq \ln x^2 \leq 1 \Rightarrow \begin{cases} \ln x^2 \leq 1 \Rightarrow (*)\ b \leq a^c \Rightarrow \\ -1 \leq \ln x^2 \Rightarrow \ln x^2 \geq -1 \ (*) \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x^2 \leq \varepsilon^1 \Rightarrow x \leq \pm\sqrt{\varepsilon} \\ x^2 \leq \varepsilon^{-1} \Rightarrow x \leq \dfrac{1}{\pm\sqrt{\varepsilon}} \end{cases}$

4) (*) Regola di fabbrichiamola:

$\log_{\frac{3}{a}}\underbrace{x}_{b} \leq \underbrace{2}_{c} \Rightarrow \log_3 x \leq \log_3 3^2$

$\log_3 x \leq 2\log_3 3 \Rightarrow \log_3 x \leq \log_3 3^2 \Rightarrow$

$x \leq 9 \Rightarrow \boxed{b \leq a^c}$

PAG. 615 es. 703:

$\begin{cases} \log_2 \log_3 x \leq 1 \Rightarrow t = \log_3 x \Rightarrow \log_{\frac{2}{a}} t \leq 1 \ (*) \Rightarrow \\ \Rightarrow t \leq 2 \Rightarrow \log_{\frac{3}{b}} x \leq \underbrace{2}_{c} \Rightarrow (*) \Rightarrow x \leq 3^2 \leq 9 \\ \log_4(x-1) + 3/2 \leq \log_2(2x-1) \Rightarrow (1) \end{cases}$

Cambio base a: $\log_4(x-1) = \dfrac{\log_2(x-1)}{\log_2 4} = \dfrac{\log_2(x-1)}{2}$, da

sostituire $\Rightarrow$

$\dfrac{\log_2(x-1)}{2} + \dfrac{3}{2} < \log_2(2x-1) \Rightarrow$

$\log_2(x-1) + 3 - 2\log_2(2x-1) < 0 \Rightarrow$

$\log_2(x-1) - \log_2(2x-1)^2 < -3$ (moltiplico $\cdot -1$)

$\log_2(2x-1) - \log_2(x-1) > 3$

$\log_2 \dfrac{(2x-1)^2}{x-1} > \log_2 2^3 \Rightarrow$

$\log_2 \dfrac{(2x-1)^2}{x-1} > \log_2 2^3 \Rightarrow \dfrac{(2x-1)^2}{x-1} > 8 \Rightarrow$

$\dfrac{4x^2 - 4x + 1 - 8x + 8}{x-1} > 0 \Rightarrow \dfrac{4x^2 - 12x + 9}{x-1} > 0$

$x_{1,2} = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8} = \dfrac{12}{8} = \dfrac{3}{2}\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$

è soddisfatta da qualsiasi valore della x tranne che per $x = 3/2 \Rightarrow x \neq 3/2$ $\quad \left\{1 \leq x \leq 9,\ x \neq \frac{3}{2}\right\}$

CE: $\begin{cases} x > 0 \\ x - 1 > 0 \\ 2x - 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 1$