C9 $\boxed{Es. 3}$ {Moto rettilineo uniforme} << PAG. C9 >> ⇒ soluzioni Zanichelli / Ruffo 2) by Sabazionax – (1)

1) $S/T = K = 10 \Rightarrow \dfrac{S\,m}{3{,}72\,s} = 10 \Rightarrow \dfrac{S}{3{,}72}\ m/s = 10 \Rightarrow$ Divido per m/s ⇒

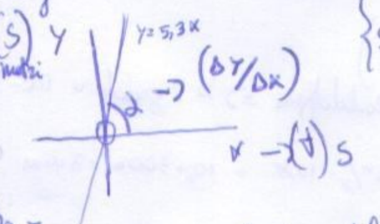
$$\frac{S}{3{,}72}\cdot\frac{\cancel{m/s}}{\cancel{m/s}} = 10\ m/s \Rightarrow S = 37{,}20\ m/s$$ –

2) $S/T = K \Rightarrow \dfrac{105\,km}{\cancel{1{,}5\,h}} : \cancel{1{,}5\,h} = 105\,km \Rightarrow 105\ km$ (in 1,5h) $\Rightarrow 105\,km \cdot 2 = 210\,km$
└→ 1,5h
└→ 105km

3) $S = 10\cdot t$ ⇒ legge oraria del moto uniforme –
Posto la seguente: $\boxed{S = 5{,}3\,t} \Rightarrow \underline{S = K\cdot t}$
$\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad$ └→ K

Nota: Ricordiamo che il coefficiente angolare (m) di una retta altro non è che il suo angolo che si può trovare con il rapporto $\Delta Y/\Delta X = \Delta S/\Delta T$ – il centro in (O) origine degli assi, ossia (α) della retta e pendenza della retta

a) $m = \dfrac{\Delta S}{\Delta T}$ = coefficiente angolare = velocità del moto = pendenza della retta



{S1 = m/s}

{Ricorda: per trovare una retta passante per 2 punti si usa: $\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ Esplicitando in y si trova m, ossia il coefficiente angolare}

$Y = \underbrace{5{,}3\,x}_{\downarrow} \Rightarrow$

x	y	
0	0	P_1
1	5,3	P_2

m = coefficiente angolare della retta = pendenza della retta in m/s = velocità del moto = 5,3 m/s

b) Spazio = $5{,}3\cdot t$, se $t = 10s$ ⇒ Spazio in metri = $5{,}3\cdot 10s$ ⇒ $S_m = 53\,s$ ⇒
⇒ $S = 53\ m/s$

c) $106m = 5{,}3\cdot t_s \Rightarrow 5{,}3\,t_s = 106\,m \Rightarrow t = \dfrac{106m}{5{,}3s} = 20\ m/s$

4) Posto che al tempo ∅ anche lo spazio percorso sarà ∅, avremo:
$\underline{V = K}$ $\quad S = V\cdot t \Rightarrow S = K\cdot t \Rightarrow 100m = K\cdot 10s \Rightarrow$ } legge oraria del moto
$K\cdot 10s = 100m \Rightarrow K = 100m/10s = 10\ m/s$
se $t = 14\,s \Rightarrow S = 10\,m/\cancel{s}\cdot 14\cancel{s} = 140$ metri

5) $S = V_K\cdot t$
$400_m = V_K\cdot 20_s \Rightarrow V_K\cdot 20s = 400\,m \Rightarrow V_K = \dfrac{400m}{20s} = 20\,m/s$
Quindi ottengo la retta $S = 20t \Rightarrow y = 20x$ con $m = 20$ (coefficiente angolare) –
Essendo la forma della retta $y = mx$ e non $y = mx + q$ con $q = \emptyset$ passa per l'origine degli assi cartesiani – Infatti

x	y	
0	0	(P_1)
1	20	(P_2)

che graficamente diventa:

Sappiamo che se la retta passa per O(0;0) S(m) e t(s) sono tra loro / direttamente proporzionali altrimenti si dice che sono correlati linearmente – In questo caso sono direttamente proporzionali! –

$S = V_K \cdot t \Rightarrow S = 20\,m/s \cdot 15\,s = 300$ metri. (2)

6) (velocità costante)

Dati: $V_K = 15\,m/s$

t_s	0	5	10	15
S_m	+400	475m	550	625

Quando t raddoppia ⇒ 5·2 = 10 secondi lo spazio diventa 475m · 2 = 950m MA 550m ⇒ S e T non sono fra loro direttamente proporzionali! (non ∝)

$S = V_K \cdot t + S_0$ → spazio inizialmente percorso = 400

$S = V_K \cdot t + 400m$

$S_0 = 15\,m/\cancel{s} \cdot 0\cancel{s} + 400\,m = 400\,m + 0 = 400m$

$S_1 = 15\,m/\cancel{s} \cdot 5\cancel{s} + 400\,m = 400\,m + 75\,m = 475m$

$S_2 = 15\,m/\cancel{s} \cdot 10\cancel{s} + 400\,m = 400\,m + 150\,m = 550\,m$

$S_3 = 15\,m/\cancel{s} \cdot 15\cancel{s} + 400\,m = 400\,m + 225\,m = 625m$

7) $S = 10 + 30 \cdot t$ ⇒ legge oraria del n/s moto uniforme!

S_0 (distanza iniziale), V_K velocità costante

$t(s)$ →	0	5	10
$S(m)$ →	10	160	310

Quando t raddoppia, S non raddoppia ⇒ le 2 grandezze non sono direttamente proporzionali!

$S_1 = 10_m + 30\,m/s \cdot 5s = 10_m + 150_m = 160\,m$

$S_2 = 10_m + 30\,m/s \cdot 10s = 10_m + 300m = 310m$

$S = V_K \cdot t + S_0$; V_K = 30 m/s, S_0 = 10 m, S = 400m

⇒ $400_m = 30\,m/s \cdot t + 10m$ ⇒ $-30\,m/s \cdot t = -400m + 10m$ ⇒ $30\,m/s\, t = 390m$ ⇒ $t = \frac{390m}{30\,m/s} =$

⇒ $t = 13\ m : m/s = 13\cancel{m} \cdot \frac{s}{\cancel{m}} = \underline{13\ secondi}$

8) $S = 2 \cdot t + 10m$ ⇒ $2\,m/s \cdot t = -S + 10m$ ⇒ $2\,m/s \cdot t = -10_m + S$ ⇒ $t_{(s)} = \frac{S - 10m}{2\,m/s}$ ⇒

Se $S = 1000m$ ⇒ $t_s = \frac{1000m - 10m}{2\,m/s} = \frac{990m}{2\,m/s} = 495\ m : m/s = 495\cancel{m} \cdot \frac{s}{\cancel{m}} = 495$ secondi –

9) $S = V_K t + S_0$ {legge oraria del moto} ; S_0 = 8

t_s	$\boxed{0}$	5	10	15	$\boxed{20}$
S_m	$\boxed{8}$	x	x	x	$\boxed{12}$

$A_1(0;8)$
$A_2(20;12)$

la retta è: $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$ ⇒ $\frac{x - 0}{20 - 0} = \frac{y - 8}{12 - 8}$ ⇒ $\frac{x}{20} = \frac{y - 8}{4}$ ⇒ $20y - 160 = 4x$ ⇒

$20y = 4x + 160$ ⇒ $y = \frac{4}{20}x + \frac{160}{20}$ ⇒ $y = 0{,}2x + 8$ → $m = 0{,}2$ ⇒ $45° \cdot 0{,}2 = 9°$ di angolo giro –

oppure per trovare m ⇒ $\Delta y / \Delta x = \Delta S / \Delta t = \frac{12 - 8}{20} = 0{,}2$

→ ossia la pendenza, ossia la velocità con cui un corpo scende sulla retta!

Le due variabili sono correlate linearmente – Un moto rettilineo è uniforme se la direzione è la stessa in ogni parte del moto e se a variazioni uguali di una coordinata corrispondono variazioni uguali dell'altra coordinata – Su una retta c'è proporzionalità tra x e y! ⇒ Uniformità –

10) $S = V_k \cdot t + S_0$

Lo ϕ => inizio dall'origine degli assi cartesiani in $O(0;0)$ => primo punto

$(x;y)$

$(t;S)$

$(5;12)$ => 2° punto

Per rappresentare una retta bastano 2 punti oppure 1 punto e il coefficiente angolare (m)

$S = V_k \cdot t$
$\downarrow$
$y = V_k \cdot x$

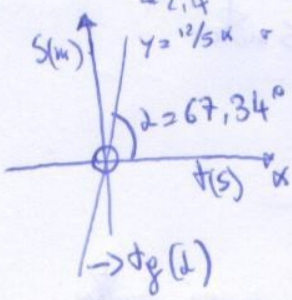
$$\frac{X - X_1}{X_2 - X_1} = \frac{Y - Y_1}{Y_2 - Y_1} \Rightarrow \frac{X - 0}{5 - 0} = \frac{Y - 0}{12 - 0} \Rightarrow \frac{X}{5} = \frac{Y}{12} \Rightarrow 12X = 5Y \Rightarrow$$

$\Rightarrow 5Y = 12x = Y = \frac{12}{5}x$

m = coefficiente angolare => se m = 1 è 45° => $\frac{12}{5} \cdot 45° = 108°$

2,4

oppure: m (pendenza) = $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ => per t = 5' => $\frac{12}{5} = 67,38°$



oppure $m = \frac{Y_2 - Y_1}{x_2 - x_1} = \frac{12 - 0}{5 - 0} = \frac{12}{5}$

$m = \text{arctg}(\alpha) = \text{tang}^{-1}(\alpha) = \text{tang}^{-1}\left(\frac{12}{5}\right) = \text{tag}^{-1}(2,4) =$

$= 67,38° -$

$m = \text{tg}(\alpha) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \underbrace{\text{arctang}(m)}_{f^{-1}} \\ \alpha = \text{tang}^{-1}(m) = \text{tag}^{-1} 2,4 = 67,38° \\ \alpha = \frac{1}{\text{tang}(m)} = \frac{1}{\text{tang}(2,4)} = \frac{1}{0,0419} = 23,86 \end{cases}$

$\text{tg}(2,4) = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\text{sen}(2,4)}{\cos(2,4)} = \frac{0,0418}{0,999} = 0,0419 = \text{tg}(2,4)$

$\text{tg}^{-1}(\alpha) = \frac{1}{\frac{\text{sen}(2,4)}{\cos(2,4)}} = \frac{\cos(2,4)}{\text{sin}(2,4)} = \frac{0,5}{0,0418} = 23,85$

(*) funzione inversa => con arcotangente troviamo l'angolo determinato dalla tangente ed è diverso dalla cotangente.

Sulla calcolatrice corrisponde a $\{\text{tang}^{-1}\}$ -

l'arcoseno è la $f(x)^{-1}$ del seno

l'arcocoseno è la $f(x)^{-1}$ del coseno

l'arcotangente di un numero è quell'angolo espresso in radianti compreso tra $(\pi/2 \text{ e } -\pi/2)$ da dare in pasto alla tangente per ottenere il numero dato => $Y = \text{arctg}(x) \Rightarrow \text{tg}(Y) = x$

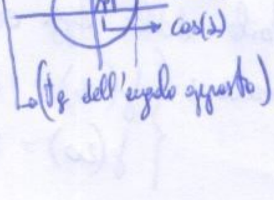
cotangente $= \frac{1}{\text{tg}(x)} = \cos(\alpha)/\text{sen}(\alpha) \neq \underbrace{f^{-1}\,\text{tg}(\alpha)}_{\text{(reciproco)}}$

Cerchiamo arctg(1) => Risolviamo l'equazione: tang(y) = 1 con y ∈ (-90°; +90°) = Risolviamo l'equazione goniometrica =>

Due f(x) sono inverse quando si scambiano denominatore e numeratore.

Poichè tg(1) in radianti è $\pi/4$ compreso nel C.R. => $\text{tg}\left(\frac{180°}{4}\right) = \text{tg}(45°) = 1$.

Quindi arctg(1) = 45° = $\pi/4$ compreso nel C.R. -



Ora verifico che la velocità del moto coincide con m del grafico

$m_1 = \frac{12 - 0}{5 - 0} = 12/5$

$m_2 = \frac{24 - 0}{10 - 0} = 24/10 = 12/5$

$m_3 = \frac{36 - 0}{15 - 0} = 12/5$

$m_4 = \frac{24 - 12}{10 - 5} = 12/5$ $\qquad m_5 = \frac{36 - 24}{15 - 10} = 12/5$ => Si coincidono!

11) $V = m = \Delta S / \Delta T = \frac{18-0}{16-0} = 18/16 = 1{,}125 \Rightarrow \operatorname{arctg}(1{,}125) = tg^{-1}(1{,}125) = 48{,}36°$

oppure $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1} \Rightarrow \frac{x-0}{16-0} = \frac{y-0}{18-0}$

DATI: $\begin{cases} A_1 = (0;0) \\ A_2 = (16;18) \end{cases}$ S e T poichè la retta passa per O sono direttamente proporzionali!

$\frac{x}{16} = \frac{y}{18} \Rightarrow 18x = 16y \Rightarrow 16y = 18x$

che esplicitata (la retta) in y, diventa (fascio di rette improprio *) $\Rightarrow$

$y = \boxed{\frac{18}{16}}x$

$\rightarrow \underline{m = 1{,}125}$, come volevasi dimostrare.

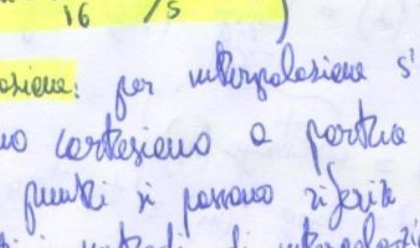
legge oraria del moto, poichè $S_0 = 0 \Rightarrow S = V \cdot T + S_0 \Rightarrow S = V \cdot T \Rightarrow$

$S_m = \underbrace{\frac{18}{16}}_{m/s = V_m} t_s$, e se $t_s = 18s \Rightarrow S_m = \frac{18}{16} m/\cancel{s} \cdot 18\cancel{s} = 20{,}25$ metri

$\left\{ S_m = \frac{18}{16} m/s \cdot t_s \right\}$

Interpolazione: per interpolazione s'intende un metodo per individuare nuovi punti del piano cartesiano a partire da un insieme finito di punti dati nell'ipotesi che tutti i punti si possano riferire ad una $f(x)$ di una data famiglia di funzioni. Tra tutti i metodi di interpolazione, il più semplice è quello lineare!

Esempio:



Dobbiamo trovare $f(2{,}5) \Rightarrow$ poichè 2,5 è medio tra (2) e (3), $f(2{,}5)$ sarà pari al valore medio tra $f(2)$ e $f(3) \Rightarrow \frac{f(2)+f(3)}{2} =$

Dati: $f(2) = 0{,}9$
$f(3) = 0{,}14$

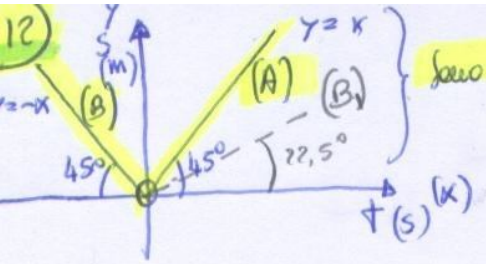
$= \frac{0{,}9+0{,}14}{2} = 0{,}52$ (1)

Esiste poi la formula dell'interpolazione lineare media ponderata pari a: $f(x) = \frac{x - x_b}{x_a - x_b} y_a - \frac{x - x_a}{x_a - x_b} y_b$.

Ora, applico al m/s grafico quanto sopra esposto $\Rightarrow t_s = 18s$ è compreso nell'intervallo $(20-16)$ o $(16-20) \Rightarrow$ poichè $18s$ è il valore centrale tra 16 e 20, possiamo applicare la (1) $\Rightarrow$ Interpolazione lineare $= \frac{f(20)+f(16)}{2}$, con $f(16) = 18$ e $f(20)$ ricavabile dalla legge oraria del moto $\Rightarrow y = \frac{18}{16}x \Rightarrow y = \frac{18}{16} \cdot 20 = 22{,}5$

Quindi abbiamo: $\begin{cases} f(16) = 18m \\ f(20) = 22{,}5m \end{cases} \Rightarrow \frac{18m + 22{,}5m}{2} = 20{,}25$ metri per $t_s = 18s$.

12



Sono semirette ossia $\frac{1}{2}$ r => si fermano all'origine degli assi cartesiani! (o nel punto in cui si incontrano!) (del piano)

$y = (1) \cdot x$ — m = pendenza = 1 => $\operatorname{arctg}(+1) = 45°$

$y = (-1) \cdot x$ — m = pendenza = −1 => $\operatorname{arctg}(-1) = -45°$

=> Entrambe presentano grandezze s e t direttamente proporzionali cioè se x cresce di 1 anche y cresce di 1 e se x (diminuendo) scende di 1 anche y (diminuendo) decresce di 1 —

Su $y = x$ => $\boxed{S_m = 1 \cdot t_s}$ => $S_m = V_{m/s} \cdot t_s$

$V_k = 1 = m$

velocità costante in m/s

{legge oraria di A}

Su $y = -x$ => $\boxed{S_m = -1 \cdot t_s}$ => legge oraria di B

$V_k = -1 = m$

velocità costante in m/s

Dato però che lo spazio percorso non può essere negativo (ma è possibile tornare indietro) preferisco considerare la semiretta B_1 con m pari a $22,5° = \frac{\pi}{2} : 4 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{\pi}{8}$

la cui $tg(\alpha) = tg(22,5°) = m = 0,41$

la nuova legge oraria, sarà: $\boxed{S_m = 0,41\, t_s}$ => legge oraria di B'

infatti $\operatorname{arctg}(0,41) = \underline{22,5°} = \frac{\pi}{8}$