Soluzione di un sistema di equazioni lineari AX=B

A=	5	3		B=	2	
	-7	2			1	
	Ordine: 2*2 (riga, colonna)				Ordine: 2*1)	Quindi: (2,2)*(2,1), si può fare!

Verifica

A^{-1}=	0,064516129	-0,09677419	X=	0,032258065	AX=	2
	0,225806452	0,161290323		0,612903226		1
	Ordine: 2*2 (riga, colonna)			Ordine: 2*1)	Quindi: (2,2)*(2,1), si può fare!	

1 Scrivere i coefficienti A e i termini noti B
2 Calcolare la matrice inversa
3 Calcolare la soluzione $X=A^{-1}B$
4 Verificare che AX=B

Opposto di n con n=3 è -n, ossia -3
Inverso di n con n=3 è 1/n, ossia 1/3 = 0,3 periodico

Vediamo di analizzare lo svolgimento dell'esercizio sia manualmente che attraverso excel passo passo

Termini noti: B(2,1)

Derivabile dal seguente sistema, di equazioni lineari :

5x'+3x"=2
(-7)y'+2y"=2

scritto sotto forma matriciale:

Matrice A (2,2)
Incognite X(2,1)

Adesso trovo X=A*B, ossia la nuova matrice prodotto di A con B, AB, sia con excel che manualmente:

x=A*B=AB= Con Excel:	13	13	x=A*B=AB= Manuale:	Infatti: 5*2+3*1=13
	-12	-12		Infatti:-7*2+2*1=-12

Il calcolo manuale di una matrice per un vettore è stato fatto in questo modo:
Ogni riga della matrice viene moltiplicata per il vettore colonna o riga

Ora utilizzo prima excel per trovare la matrice inversa di A:

1/A'=A^-1=	0,064516129	-0,09677419
	0,225806452	0,161290323

Prima di farne il calcolo manualmente un po di teoria…considerando f ed f^-1:

Se A è la matrice dei coefficienti, B il vettore dei termini noti e X il vettore delle incognite, il sistema può essere riscritto così:
A*X=B
Moltiplicando a sinistra per la matrice inversa di A, A-1, si ottiene;
A-1*A*X=A-1*B
Poiché il prodotto di una matrice per la sua inversa è la matrice identità, si ottiene:
X=A-1*B
Cioè il vettore delle incognite si ottiene facendo il prodotto dell'inversa di A per B

Ora torniamo al calcolo manuale:
Per prima cosa mi trovo il determinante di A = (2*5)-(-7*3)=10+21=31
Potevo usare anche excel:

Determinante di A:	31

Calcolo la trasposta della matrice di partenza invertendo righe con colonne (funzione inversa):
ottenendo la seguente nuova matrice trasposta At:

At=	5	-7
	3	2

Calcolo tutti i complementi algebrici della matrice trasposta At:
(per trovare i complementi si applica il determinante sulla matrice n-1 riga n-1 colonna dell'indice di riferimento)
C1,1=2 - C1,2=3 - C2,1=-7 - C2,2=5
Calcolo il segno dei complementi:
(C11 -->1+1=2, pari =+ -->+2, C1,2 --> 1+2=3, dispari=- -->=-3)
(C21 -->2+1=3, dispari =- -->-(-7)=+7, C2,2 --> 2+2=4, pari=- -->+5)
Consideriamo quindi la matrice A' che ha come elementi i
complementi algebrici trovati con i relativi segni algebrici applicati:

A'=	2	-3
	7	5

Adesso divido la matrice A' per il valore del determinante di A
(che valeva 31) e ottengo la matrice A1, ossia l'inversa di quella di partenza|

1/A'=A^-1=	0,064516129	-0,09677419	
	0,225806452	0,161290323	Come volevasi dimostrare uguale al calcolo con excel!

Adesso trovo X=(A^-1)*B, ossia la nuova matrice prodotto di (A^-1) con B, (A^-1)B, sia con excel che manualmente:

x=(A^-1)*B=(A^-1)B=	0,032258065	0,032258065	x=A*B=AB=	Infatti: 0,06451613*2-0,09677419=0,03225807	Come volevasi dimostrare!
Con Excel:	0,612903226	0,612903226	Manuale:	Infatti:0,2258065*2+0,16129032=0,61290323	

Il calcolo manuale di una matrice per un vettore è stato fatto in questo modo:
Ogni riga della matrice viene moltiplicata per il vettore colonna o riga

AX=B	Verificare che AX=B	2
Con Excel:		1
AX=B	Verificare che AX=B	Infatti:5*0,03225806+3*0,61290323=1,9999=2
A mano:	(matrice * vettore colonna)	Infatti: -7*0,03225806+2*0,61290323=1

Verifichiamo adesso che: f*f^-1=f*1/f=1

1	Ossia, se f=A: A*A^-1=A*1/A=1, Come anticipato sopra:

Qui la cosa importante è che la matrice unitaria e' inversa di se' stessa; quindi se calcoli l'inverso della matrice unitaria ottieni la stessa matrice (come nei numeri: l'inverso di 1 e' sempre 1)